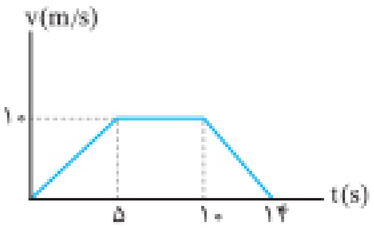
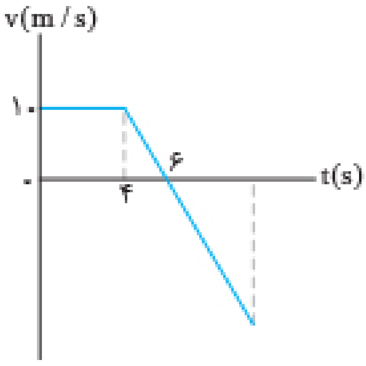
۲۱۱. متحرکی بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل است. شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t = 2s$ تا $t = 12s$، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تجربی ۹۲)



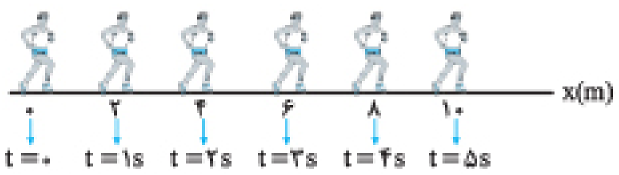
۱) ۰/۱
۲) ۰/۵
۳) ۰/۷
۴) صفر

۲۱۲. نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در مدت‌زمانی که سرعت متوسط جسم صفر است، شتاب متوسط جسم تقریباً چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\sqrt{5} \simeq 2/2)$



۱) ۲−
۲) ۳−
۳) ۴−
۴) ۵−

ایستگاه ۷: حرکت با سرعت ثابت



در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر، ثابت و یکسان است. در این حرکت، متحرک در بازه‌های زمانی یکسان، **جابه‌جایی یکسان** دارد.
در شکل مقابل نمونه‌ای از حرکت با سرعت ثابت را نشان داده‌ایم. در این حرکت، دونده‌ای در حال دویدن به طرف راست است و در هر یک ثانیه $2m$ می‌پیماید.

ویژگی‌های حرکت با سرعت ثابت

۱ **اندازهٔ** سرعت و **جهت** سرعتِ متحرک در همهٔ لحظه‌ها **یکسان** و **ثابت** است.
$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v} =$ ثابت

۲ سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ دلخواه مقداری ثابت و برابر سرعت متحرک **در هر لحظه** از حرکت آن است و می‌توان نوشت:

$$v = v_{av} \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۳ اگر در لحظهٔ $t_1 = 0\,s$ متحرک در مکان $x_1 = x_0$ و در لحظهٔ $t_2 = t\,(s)$ متحرک در مکان $x_2 = x\,(m)$ باشد، رابطهٔ بالا را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[t_2 = t\,s\,,\,x_2 = x]{t_1 = 0\,,\,x_1 = x_0} v = \frac{x - x_0}{t}$$

رابطهٔ زیر را معادلهٔ مکان ـ زمان (یا معادلهٔ حرکت) در حرکت سرعت ثابت می‌نامند:

$$\boxed{\underbrace{x}_{\text{مکان در لحظهٔ } t} = vt + \underbrace{x_0}_{\text{مکان در لحظهٔ } t=0}}$$

در این رابطه x_0 را **مکان اولیه** و x را **مکان** متحرک در **لحظهٔ** t می‌نامیم.

۴ در معادلهٔ مکان ـ زمان یا معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت مقدارهای x_0 و v همواره ثابت هستند و x تابعی درجه اول از t است.

$$x = v_{(\text{ثابت})}t + x_{0(\text{ثابت})}$$

۵ اگر جابه‌جایی جسم برحسب زمان موردنظر باشد از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان استفاده می‌کنیم.

$$\underbrace{\Delta x}_{\text{جابه‌جایی}} = vt$$

تذکر: دقت کنید که در این روابط، منظور از t، بازهٔ زمانی (۰ تا t) است.

۶ در این حرکت چون جهت حرکت ثابت است، مسافت طی‌شده در یک مدت‌زمان معین برابر با بزرگی جابه‌جایی متحرک است؛ همچنین تندی متحرک برابر با بزرگی سرعت آن است:

$$|\Delta x| = \ell \;,\; |v| = s$$

یادآوری: در حرکت روی خط راست، برای هر بردار مانند $\vec{x}$، $\Delta\vec{x}$، $\vec{v}$ و $\vec{x}_0$ دو جهت ممکن است وجود داشته باشد: یکی در جهت مثبت محور و دیگری در جهت منفی محور؛ از این‌رو برای ساده‌تر شدن روابط، در بیشتر حالت‌ها هر برداری که در جهت مثبت باشد را با علامت مثبت و هر برداری که در جهت منفی باشد را با علامت منفی نمایش می‌دهیم. مثلاً به جای $\vec{v} = (-5\,m/s)\vec{i}$ می‌نویسیم $v = -5\,m/s$ یا به‌جای $\vec{x} = (20\,m)\vec{i}$ می‌نویسیم $x = 20\,m$.

تست: متحرکی روی خط راست با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = ۲\,s$ و $t_۲ = ۶\,s$ به‌ترتیب از مکان های $x_1 = ۱۲\,m$ و $x_۲ = -۴\,m$ عبور می‌کند. معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = -۴t + ۱۲$ ۲) $x = ۲t + ۱۲$ ۳) $x = ۲t + ۱۶$ ۴) $x = -۴t + ۲۰$

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول از رابطهٔ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم تا سرعت متحرک را به دست آوریم:

$$v = \frac{-۴ - ۱۲}{۶ - ۲} = -۴\,m/s$$

دقت کنید که علامت منفی بیانگر این است که جهت حرکت جسم یا جهت سرعت جسم در سوی منفی است.

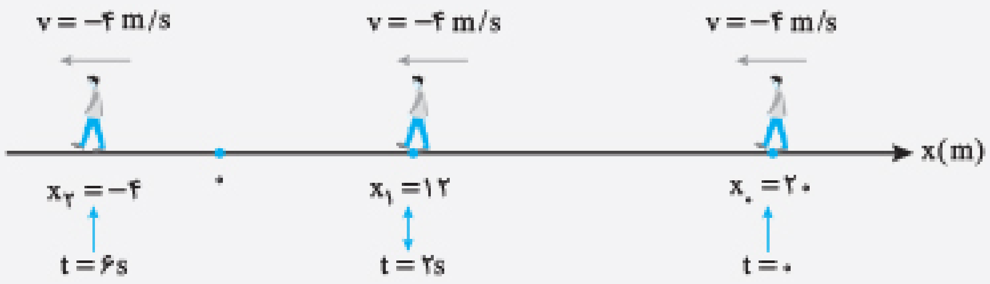
گام دوم اکنون مکان $x_1 = ۱۲m$ را با لحظهٔ مربوط به آن یعنی $t_1 = ۲s$، در معادلهٔ مکان ـ زمان یعنی $x = vt + x_۰$ قرار می‌دهیم تا $x_۰$ (مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۰s$) را به دست آوریم:

$$x = vt + x_۰ \xrightarrow[v=-۴\,m/s]{t=۲s\,,\,x=۱۲m} ۱۲ = -۴ \times ۲ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۲۰m$$

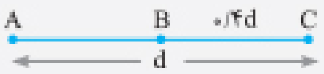
$x_۰$ را می‌شود به روش کوتاه‌تر هم حساب کرد به این صورت که جسم در هر ثانیه، ۴ متر در جهت منفی می‌رود، پس در لحظهٔ $t = ۰$ باید ۲ تا ۴ متر یعنی ۸ متر از مکان ۱۲ متر عقب‌تر باشد که میشه $۱۲ + ۸ = ۲۰$ متر.

گام سوم مقدارهای ثابت $x_۰$ و v را در رابطهٔ کلی معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم تا معادلهٔ مکان ـ زمان این حرکت به دست آید:

$$x = vt + x_۰ \xrightarrow[x_۰=۲۰m]{v=-۴\,m/s} x = -۴t + ۲۰$$



در شکل روبه‌رو، متحرکی با سرعت ثابت $v_۰$، مسیر AB را در مدت ۸ دقیقه می‌پیماید. این متحرک کل مسیر AC را در چند دقیقه طی کند؟



۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) $\frac{۴۰}{۳}$ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت (یعنی $\Delta x = vt$) برای هر قسمت استفاده می‌کنیم و برای دو قسمت AB و AC طرفین دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta x_{AC}} = \frac{v_{AB}}{v_{AC}} \times \frac{t_{AB}}{t_{AC}} \xrightarrow{v_{AB}=v_{AC}} \frac{۰/۶d}{d} = \frac{۸}{t_{AC}} \Rightarrow t_{AC} = \frac{۴۰}{۳}$$ دقیقه

متحرکی طول مسیری را با سرعت ثابت v (برحسب m/s) در مدت ۵ ثانیه می‌پیماید و همین متحرک سه برابر طول این مسیر را با سرعت $(v + ۱۰)$ در مدت $۱۰\,s$ می‌پیماید. v چند m/s است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان برای هر حرکت استفاده می‌کنیم و آن‌ها را می نویسیم:

$$\Delta x = vt \begin{cases} \xrightarrow{t=۵\,s} \Delta x = ۵v & (۱) \\ \xrightarrow{t=۱۰\,s} ۳\Delta x = (v + ۱۰) \times ۱۰ & (۲) \end{cases}$$

گام دوم طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم و v را حساب می‌کنیم.

$$\frac{۳\Delta x}{\Delta x} = \frac{(v + ۱۰) \times ۱۰}{۵v} \Rightarrow ۳v = ۲v + ۲۰ \Rightarrow v = ۲۰\,m/s$$

حرکت دو متحرک

وقتی با حرکت دو متحرک سروکار داریم، برای تشکیل معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها روی یک محور مشترک، مبدأ مکان هر دو باید یک نقطهٔ مشترک باشد و به موارد زیر توجه می‌کنیم:

۱ اگر دو متحرک A و B همزمان از دو نقطهٔ متفاوت حرکت کنند و در لحظهٔ t به هم برسند، مکان دو متحرک در این لحظه یکسان است و مدت‌زمان حرکت هر دو نیز یکسان است.

$t_A = t_B = t\,,\,x_A = x_B \Rightarrow$ شرط به‌هم‌رسیدن

۲ اگر حرکت دو متحرک با اختلاف زمانی T در نظر گرفته شـود و در لحظهٔ t به هم برسـند، مکان آن‌ها در این لحظه، یکسان است، ولی مدت‌زمان حرکت آن‌ها با هم فرق می‌کند. مثلاً اگر متحرک B به اندازهٔ T ثانیه دیرتر شروع به حرکت کرده باشد، داریم:

$$t_B = t_A - T \, , \, x_A = x_B$$

۳ فاصلهٔ دو متحرک در هر لحظه، از رابطهٔ $|x_B - x_A|$ به دست می‌آید.

تذکر: هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان یکسان دارند اما **الزاماً** جابه‌جایی آن‌ها در مدت t یکسان نیست.

تست: متحرکی با سـرعت ثابت $36\,km/h$ روی محور x از $x=0$ در جهت مثبت محور عبور می‌کند. ۲ ثانیه پس از آن متحرک دیگری با تندی $5\,m/s$ از مکان $x=50\,m$ به طرف متحرک اول حرکت می‌کند. هنگامی که متحرک‌ها به هم می‌رسـند، مسافتی که متحرک اول می‌پیماید چند برابر مسافتی است که متحرک دوم پیموده است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول اگر مدت‌زمان حرکت اولی را t در نظر بگیریم، چون متحرک دوم ۲ ثانیه دیرتر حرکت کرده است، مدت‌زمان حرکت دومی $(t-2)$ است:

بنابراین معادلهٔ حرکت هر یک را با استفاده از رابطهٔ $x = vt + x_0$ می‌نویسیم:

$$x_1 = \frac{36}{3/6} t + 0 \Rightarrow x_1 = 10\,t$$

دقت کنید که متحرک دوم در جهت منفی حرکت می‌کند و سرعت آن منفی است:

$$x_2 = -5(t-2) + 50 \Rightarrow x_2 = -5t + 60$$

گام دوم اکنون مکان متحرک‌ها را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ به هم رسیدن آن‌ها را به دست آوریم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 10t = -5t + 60 \Rightarrow 15\,t = 60 \Rightarrow t = 4\,s$$

گام سوم جابه‌جایی هر یک را از رابطهٔ $\Delta x = vt$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = 10 \times 4 = 40\,m \;,\; \Delta x_B = -5(4-2) = -10\,m$$

گام چهارم نسبت اندازهٔ این دو جابه‌جایی (مسافت) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{|\Delta x_A|}{|\Delta x_B|} = \frac{40}{10} = 4$$

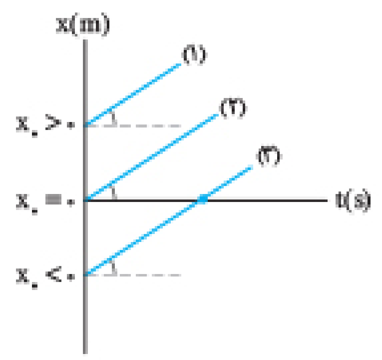
نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

نمودار مکان ـ زمان

دیدیم که معادلهٔ حرکت یکنواخت برحسب زمان یک تابع درجه اول است $(x = vt + x_0)$. با مقایسهٔ این تابع با فرم کلی تابع درجهٔ اول که در درس ریاضیات آموخته‌اید، یعنی $y = ax + b$ و این‌که شکل کلی این تابع به‌صورت خط راست است، می‌توان دریافت نمودار مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت نیز به‌صورت خط راست است.

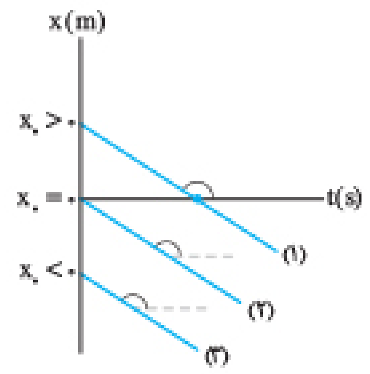
برحسـب این‌که علامت سرعت (جهت حرکت) مثبت باشـد یا منفی، و این‌که مکان اولیهٔ متحرک (x_0) مثبت، صفر یا منفی باشد، حالت‌های گوناگون زیر را برای نمودار $x-t$ در نظر می‌گیریم:

$x = vt + x_0$
(شیب خط)



شیب خط $= v > 0$

الف) $v>0$ است و متحرک در جهت جهت محـور x حرکت می‌کند. در هر سه حالت فوق، شیب خط، برابر با سرعت جسم و مقداری مثبت است. مکان اولیهٔ نمـودار (۱) مثبت، نمـودار (۲) صفر و نمودار (۳) منفی است.

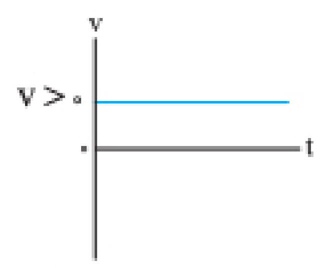


شیب خط $= v < 0$

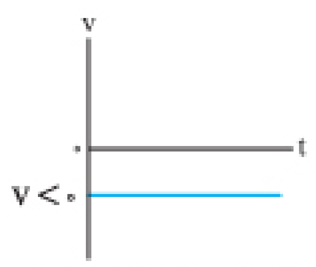
ب) $v<0$ است و متحرک در خلاف جهت محـور x حرکت می‌کند. در هر سه حالت فوق، شیب خط، مقداری منفی و برابر با سرعت جسم است. مکان اولیهٔ نمودار (۱) مثبت، نمودار میانی (۲) صفر و نمودار (۳) منفی است.

نمودار سرعت ـ زمان

مقدار و جهت سرعت در این حرکت ثابت است؛ از این‌رو مانند تابع کلی $y = a$ که در آن a می‌تواند مثبت یا منفی باشد، نمودار سرعت ـ زمان به یکی از دو شکل زیر است:

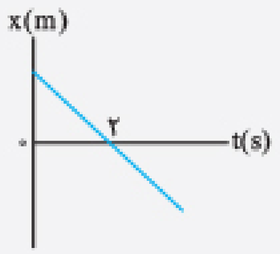


الف) حرکت در جهت مثبت و سرعت نیز مثبت و ثابت است.



ب) حرکت در جهت منفی و سرعت نیز منفی و ثابت است.

تست: جسمی روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان ـ زمان جسم مطابق شکل است. اگر تندی جسم $5\,m/s$ باشد، معادلهٔ حرکت جسم در SI کدام است؟



۱) $x=5t+10$ ۲) $x=5t+2/5$

۳) $x=-5t+10$ ۴) $x=-5t+2/5$

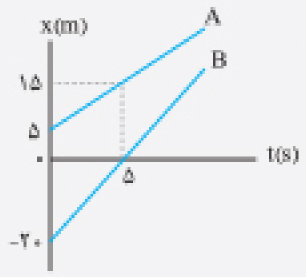
پاسخ: گزینهٔ «۳»

حرکت با سرعت ثابت است و چون تندی جسم $5\,m/s$ می‌باشد و شیب خط منفی است، پس سرعت جسم برابر $v=-5\,m/s$ است و برای این‌که معادلهٔ حرکت جسم را بنویسیم با جایگذاری کمیت‌های معلوم در معادله حرکت مقدار x_0 را به طریق زیر به دست می‌آوریم:

$$x=vt+x_0 \xrightarrow[v=-5\,m/s]{t=2s\,,\,x=0\,m} 0=-5\times2+x_0 \Rightarrow x_0=10\,m$$

پس معادلهٔ حرکت جسم به‌صورت روبه‌رو است: $x=-5t+10$

نمودار مکان ـ زمان دو متحرک مطابق شکل است. به‌ترتیب از راست به چپ در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند و تا این لحظه متحرک B چند متر طی کرده است؟



۱) ۱۲/۵، ۳۰ ۲) ۱۲/۵، ۵۰

۳) ۶، ۱۵ ۴) ۶، ۲۵

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول ابتدا معادلهٔ حرکت هر یک از متحرک‌ها را می‌نویسیم. برای این کار با استفاده از شیب نمودارها سرعت هر یک را به دست می‌آوریم:

$$v_A=\frac{15-5}{5-0}=2\,m/s$$

$$v_B=\frac{0-(-20)}{5-0}=4\,m/s$$

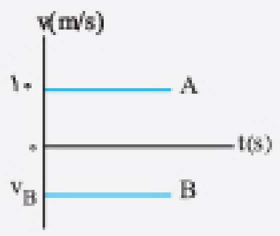
گام دوم معادلهٔ حرکت A و B را می‌نویسیم: $x_A=2t+5 \quad , \quad x_B=4t-20$

گام سوم برای این‌که دو متحرک در یک نقطه به هم برسند، باید مکان آن‌ها برابر یکدیگر باشد: $x_A=x_B \Rightarrow 2t+5=4t-20 \Rightarrow t=12/5\,s$

گام چهارم حساب می‌کنیم تا این لحظه متحرک B چند متر طی کرده است:

$$\Delta x_B=v_B\Delta t_B \xrightarrow[v_B=4\,m/s]{\Delta t_B=12/5\,s} \Delta x_B=12/5\times4=50\,m$$

نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک که هم‌زمان روی خط راســـت حرکت می‌کنند مطابق شکل است. اگر در لحظهٔ $t=0\,s$ متحرک A از نقطهٔ $x=-20\,m$ و متحرک B از نقطهٔ $x=40\,m$ عبور کند و دو متحرک پس از ۴ ثانیه به یکدیگر برسند، v_B چند متر بر ثانیه است؟



۱) $-2/5$ ۲) -5 ۳) $-7/5$ ۴) -10

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول متحرک A با سرعت ثابت $10\,m/s$ به طرف مثبت و متحرک B با سرعت v_B در جهت منفی به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند: معادلهٔ حرکت آن‌ها را می‌نویسیم: $x_A=10t-20 \quad , \quad x_B=v_Bt+40$

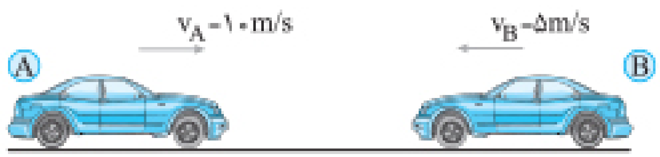
گام دوم چون پس از ۴ ثانیه به هم می‌رسند، معادله‌های حرکت را به ازای $t=4s$ مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم:

$$x_A=x_B \Rightarrow 10t-20=v_Bt+40 \xrightarrow{t=4s} 40-20=4v_B+40 \Rightarrow v_B=-5\,m/s$$

حرکت نسبی

مفهوم حرکت نسـبی روش میانبری برای حل مســائلی است که با دو متحرک سروکار داشته باشیم. لازم به ذکر است که در این روش دو متحرک باید **هم‌زمان در حرکت** باشند.

اگر می‌گوییم ســرعت جسمی $v_1=10\,m/s$ است منظور این است که جسم نسبت به زمین (که آن را ســاکن فرض می‌کنیم.) در هر ثانیه $10\,m$ جابه‌جا می‌شــود یا این‌که فاصلهٔ جسم نسبت به یک نقطهٔ مشخص (مانند مبدأ مکان) در هر ثانیه $10\,m$ تغییر می‌کند.



شکل (۱)

شکل (۲)

اکنون در نظر بگیرید که دو متحرک با سرعت‌های ثابت v_1 و v_2 روی یک خط در حرکت‌اند. می‌توان یکی از متحرک‌ها را ساکن در نظر گرفت و سرعت متحرک دیگر را نسبت به متحرک اول حســاب کرد. برای مثال اگر مطابق شکل (۱) دو اتومبیل A و B به‌ترتیب با سرعت‌های $v_A=10\,m/s$ و $v_B=5\,m/s$ در حرکت به طرف یکدیگر باشند، می‌توان مثلاً B را ساکن در نظر گرفت و سرعت اتومبیل A نسبت به B را برابر $v_{\text{نسبی}}=10+5=15\,m/s$ در نظر گرفت. در این روش می‌گوییم اتومبیل A در هر ثانیه $15\,m$ به B نزدیک می‌شود.

همچنین می‌توانیم اتومبیل A را ساکن فرض کنیم و بزرگی سرعت اتومبیل B نسبت به A را برابر $v_{\text{نسبی}}=15\,m/s$ بگیریم.

تذکر: ۱ اگر جهت سرعت دو متحرک **مخالف یکدیگر** باشند، بزرگی سرعت نسبی از **جمع بزرگی** سرعت متحرک‌ها به دست می‌آید.

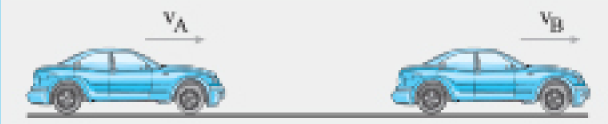
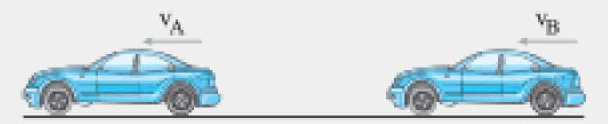
$v_{\text{نسبی}} = |v_۲| + |v_۱|$

۲ اگر جهت سرعت دو متحرک **یکسان** باشد، بزرگی سرعت نسبی از **تفریق بزرگی** سرعت متحرک‌ها به دست می‌آید.

$v_{\text{نسبی}} = \| v_۲ | - | v_۱ \|$

نکته: با استفاده از مفهوم حرکت نسبی اگر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت کنند، می‌توان **تغییر فاصلهٔ آن‌ها** از یکدیگر در مدت t را، از رابطهٔ زیر حساب کرد:

$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t$

جهت حرکت دو متحرک	وضعیت حرکت دو متحرک روی محور x		محاسبه اندازهٔ سرعت نسبی
خلاف جهت			$v_{\text{نسبی}} = \lvert v_A \rvert + \lvert v_B \rvert$
هم‌جهت			$v_{\text{نسبی}} = \lVert v_A \rvert - \lvert v_B \rVert$

از آن‌جایی که سرعت نسبی برابر با آهنگ تغییر فاصلهٔ دو متحرک است، در نتیجه هنگام استفاده از رابطهٔ $\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t$، منظور از $\Delta x_{\text{نسبی}}$، تغییر فاصلهٔ بین دو متحرک (جابه‌جایی نسبی دو متحرک) است. مثلاً اگر فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک ۱۰۰m باشد و پس از گذشت زمان نسبی Δt، این فاصله نسبی به ۲۰m برسد، تغییر فاصله برابر با $\Delta x = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰m$ خواهد بود. البته اگر دو متحرک ابتدا به هم برسند و سپس فاصلهٔ آن‌ها ۲۰m شود (بار دومی که فاصله ۲۰m می‌شود)، تغییر فاصله برابر $\Delta x = ۱۰۰ + ۲۰ = ۱۲۰m$ خواهد بود.

تست: **دو متحرک A و B از فاصلهٔ ۲۰۰m به‌ترتیب با تندی‌های ثابت ۱۰m/s و ۱۵m/s در یک خط مستقیم به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند. دو متحرک پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟**

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ «۴»

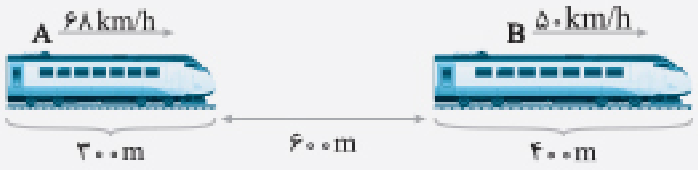
گام اول چون دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، بزرگی سرعت نسبی را از مجموع اندازهٔ سرعت‌ها به دست می‌آوریم:

$v_{\text{نسبی}} = |v_A| + |v_B| = ۱۰ + ۱۵ = ۲۵\, m/s \Rightarrow v_{\text{نسبی}} = ۲۵\, m/s$

گام دوم از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، یعنی $\Delta x = v_{\text{نسبی}} \Delta t$ استفاده می‌کنیم که در آن Δx تغییر فاصلهٔ دو متحرک در مدت Δt است:

$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲۵ = \frac{۲۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۸\, s$

مطابق شکل زیر در لحظهٔ $t = ۰$، قطار A به طول ۳۰۰m و با تندی ثابت $v_A = ۶۸\, km/h$ در حال نزدیک‌شدن به قطار B است. اگر قطار B دارای طول ۴۰۰m و با تندی ثابت $v_B = ۵۰\, km/h$ هم‌جهت با قطار A در حرکت باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، قطار A به اندازهٔ ۲۰۰m از قطار B جلو می‌افتد؟



۱) ۲۵۰
۲) ۲۷۵
۳) ۳۰۰
۴) ۳۲۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول ابتدا سرعت نسبی دو قطار را محاسبه می‌کنیم:

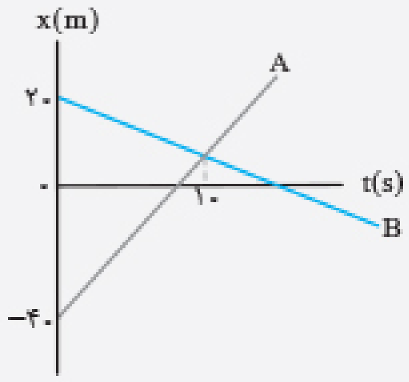
حرکت هم‌جهت $\Rightarrow v_{\text{نسبی}} = \| v_A | - | v_B \| = |۶۸ - ۵۰| = ۱۸\, km/h \xrightarrow{\div ۳/۶} v_{\text{نسبی}} = ۵\, m/s$

گام دوم چون باید لحظه‌ای که قطار A به اندازهٔ ۲۰۰ متر جلوتر از قطار B قرار می‌گیرد را حساب کنیم، طبق شکل داده‌شده، ابتدا فاصلهٔ انتهای قطار A تا ابتدای قطار B را به دست می‌آوریم که برابر با $\ell = ۳۰۰ + ۶۰۰ + ۴۰۰ = ۱۳۰۰\, m$ است: در نتیجه وقتی قطار A، ۲۰۰m از قطار B جلو می‌زند، تغییر فاصلهٔ انتهای A از ابتدای B برابر است با:

$\Delta x_{\text{نسبی}} = ۱۳۰۰ + ۲۰۰ = ۱۵۰۰\, m$

گام سوم مدت‌زمان این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{۱۵۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۳۰۰\, s$



نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی یک خط حرکت می‌کنند مطابق شکل است. چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر کمتر از ۲۴ متر است؟

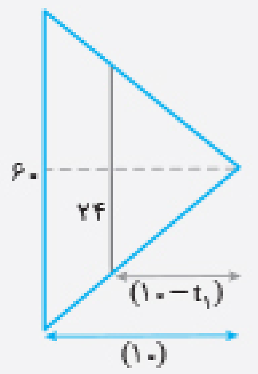
۱) ۴ ۲) ۶

۳) ۸ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ «۳»

• روش اول گام اول دو متحرک در لحظهٔ $t=۱۰\,s$ به هم می‌رسند و سپس از کنار هم عبور می‌کنند. اکنون در لحظهٔ $t=۰$ فاصلهٔ دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$x_{\circ B}-x_{\circ A}=۲۰-(-۴۰)=۶۰\,m$$



گام دوم فرض می‌کنیم فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ t_1 به ۲۴ m برسد و مطابق شکل می‌توان از تشابه دو مثلث با قاعدهٔ ۶۰ m و ۲۴ m استفاده کرد و t_1 را حساب کرد:

$$\frac{۶۰}{۲۴}=\frac{۱۰}{۱۰-t_1}\Rightarrow t_1=۶\,s$$

گام سوم می‌توان نتیجه گرفت که از لحظهٔ $t_1=۶\,s$ تا لحظهٔ $t=۱۰\,s$ که دو متحرک به هم می‌رسند، یعنی ۴ ثانیه، فاصله دو متحرک کمتر از ۲۴ m است. اما این مدت‌زمان مربوط به قبل از به هم رسیدن آن‌هاست و در همین مدت‌زمان هم بعد از عبور آن‌ها از کنار یکدیگر، فاصلهٔ آن‌ها کمتر از ۲۴ متر است، پس در مجموع در مدت ۸ s فاصلهٔ دو متحرک کمتر از ۲۴ m است.

• روش دوم با استفاده از مفهوم حرکت نسبی، راه میانبری هم برای حل این سؤال می‌توان در نظر گرفت. به این صورت که فاصلهٔ متحرک‌ها در مدت ۱۰ s به اندازهٔ ۶۰ متر کم می‌شود پس با یک تناسب ساده مدت‌زمان لازم برای این‌که فاصلهٔ آن‌ها ۲۴ متر تغییر کند را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۶۰\,m}{۲۴\,m}=\frac{۱۰\,s}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۴\,s$$

و چون همین مدت‌زمان را پس از عبور آن‌ها از یکدیگر باید در نظر بگیریم، در مجموع در مدت $۲\times۴=۸\,s$، فاصلهٔ آن‌ها کمتر از ۲۴متر می‌شود.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

حرکت با سرعت ثابت

۲۱۳. در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط:

۱) برابر با سرعت لحظه‌ای است. ۲) بزرگ‌تر از سرعت لحظه‌ای است. ۳) برابر صفر است. ۴) کوچک‌تر از سرعت لحظه‌ای است.

۲۱۴. معادلهٔ مکان ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $x=-۵t+b$ است. تغییر مکان متحرک در دو ثانیه دوم چند متر و در کدام جهت است؟

۱) ۲۰ متر و در جهت منفی محور ۲) ۲۰ متر و جهت آن به مقدار b بستگی دارد.

۳) ۱۰ متر و در جهت منفی محور ۴) ۱۰ متر و جهت آن به مقدار b بستگی دارد.

۲۱۵. معادلهٔ حرکت متحرکی روی محور x، در SI به‌صورت $x=۳t+۵$ است. سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ پانزدهم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) −۳ ۴) −۵

۲۱۶. معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x=۲t-۸$ است. در هفت ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه بردار مکان متحرک، هم‌جهت با حرکت متحرک است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۱۷. متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حرکت است. در جدول زیر، مکان متحرک را در چند لحظه مشاهده می‌کنید. سرعت اولیهٔ متحرک و مکان اولیهٔ آن به‌ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟

t(s)	۳	۵	۸	۱۱
x(m)	۳	−۱	−۷	−۱۳

۱) −۹ ،−۲ ۲) ۹ ،۲

۳) ۹ ،−۲ ۴) −۹ ،۲

۲۱۸. جسمی با سرعت ثابت روی محور x در حرکت است و در لحظهٔ $t_1=۲\,s$ از مکان $x_1=۱۰\,m$ و در لحظهٔ $t_2=۴\,s$ از مکان $x_2=۱۵\,m$ عبور می‌کند. معادلهٔ مکان ـ زمان این جسم در SI کدام است؟

۱) $x=۲/۵t+۲/۵$ ۲) $x=۲/۵t+۵$ ۳) $x=۵t+۲/۵$ ۴) $x=۲/۵t-۲/۵$

۲۱۹. جسمی با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش در مکان منفی محور و در دو ثانیهٔ سوم حرکتش در مکان مثبت محور قرار دارد و به مکان $x=۱۰\,m$ می‌رسد. معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در SI کدام است؟

۱) $x=-۵t+۲۰$ ۲) $x=۵t-۲۰$ ۳) $x=۵t-۱۰$ ۴) $x=-۵t+۱۰$

فصل اول در یک نگاه

۱ مسافت و جابه‌جایی

۱) **بردار مکان:** برداری که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن مکان جسم است.

۲) **بردار جابه‌جایی:** برداری که مکان آغازین را به مکان پایانی وصل می‌کند $(\vec{d})$.

۳) **مسافت:** طول مسیر حرکت را مسافت گوییم (ℓ).

توجه: ۱. همواره $\ell \geq |\vec{d}|$ است. ۲. اگر مسیر حرکت مستقیم باشد و متحرک تغییر جهت ندهد $\ell = |\vec{d}|$ می‌باشد.

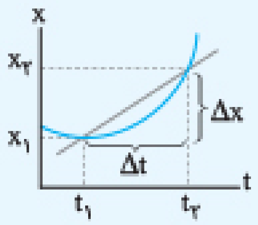
۲ سرعت و تندی

۱) **سرعت متوسط:** $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ کمیت برداری است.

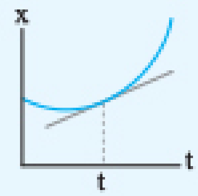
۲) **تندی متوسط:** $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ کمیت نرده‌ای است.

۳) **بررسی سرعت متوسط و لحظه‌ای در نمودار مکان ـ زمان:**

۱. سرعت متوسط: شیب خط قاطع بر نمودار مکان ـ زمان بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ برابر با سرعت متوسط است. $\text{شیب خط} = v_{av}$



۲. سرعت لحظه‌ای: شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در لحظهٔ t برابر سرعت لحظه‌ای است.



تذکر: بردار سرعت هم‌جهت با حرکت است.

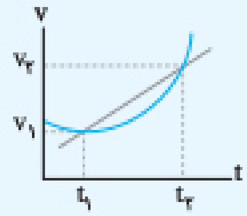
۳ شتاب متوسط و لحظه‌ای

۱) **شتاب متوسط:** $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

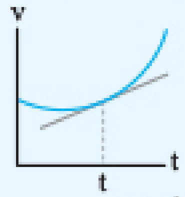
توجه: همواره $\vec{a}_{av}$ با $\Delta \vec{v}$ هم‌جهت است اما $\vec{a}_{av}$ الزاماً با $\vec{v}_۱$ و $\vec{v}_۲$ هم‌جهت نیست.

۲) **بررسی شتاب متوسط و لحظه‌ای در نمودار سرعت ـ زمان:**

۱. شتاب متوسط: شیب خط قاطع بر نمودار سرعت ـ زمان بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ برابر با شتاب متوسط است. $\text{شیب خط} = a_{av}$



۲. شتاب لحظه‌ای: شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در لحظهٔ t برابر شتاب لحظه‌ای است.



۳) **بررسی حرکت تندشونده و کندشونده:**

حرکت تندشونده: $|v|$ افزایش می‌یابد و $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم‌جهت می‌باشند.

حرکت کندشونده: $|v|$ کاهش می‌یابد و $\vec{a}$ و $\vec{v}$ در خلاف جهت یکدیگرند.

۴ حرکت با سرعت ثابت در مسیر مستقیم

۱) **مفهوم:**

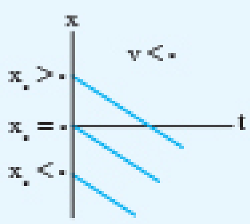
۱. در بازه‌های زمانی یکسان، جابه‌جایی‌ها یکسان‌اند.

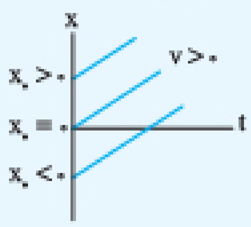
۲. سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی یکسان است.

۲) **معادله:** مکان ـ زمان $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}\ ,\ x = vt + x_۰$

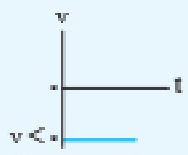
۳) **نمودارها:**

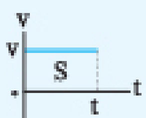
۱. مکان ـ زمان: $\text{شیب خط} = v$





۲. سرعت ـ زمان: $S = vt = \Delta x$





۵ حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم

۱) **مفهوم:**

۱. در بازه‌های زمانی یکسان، تغییرات سرعت یکسان است.

۲. شتاب متوسط با شتاب لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی یکسان است.

۲) **معادله:**

۱. مکان ـ زمان و جابه‌جایی ـ زمان: $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ ، $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ ، $\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt$

۲. سرعت ـ زمان: $v = at + v_۰$

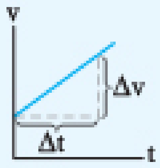
۳. سرعت ـ جابه‌جایی: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$

۴. مستقل از شتاب: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$

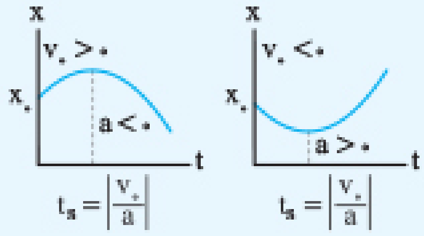
۵. جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم: $\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n - ۱) + v_۰$

۳ نمودار

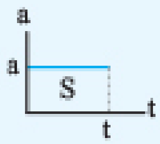
۱. سرعت ـ زمان: شیب نمودار سرعت ـ زمان برابر شتاب است. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} =$ شیب خط



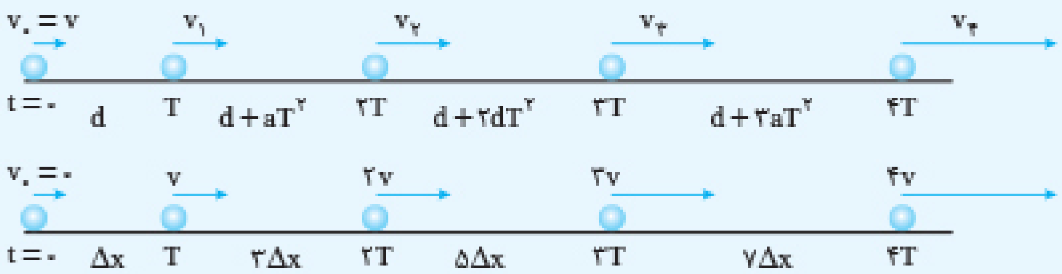
۲. مکان ـ زمان:



۳. شتاب ـ زمان: $S = at = \Delta v$

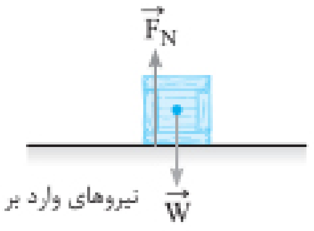


۴. ویژگی دنبالهٔ حسابی:



ایستگاه ۵: نیروی عمودی سطح و آسانسور

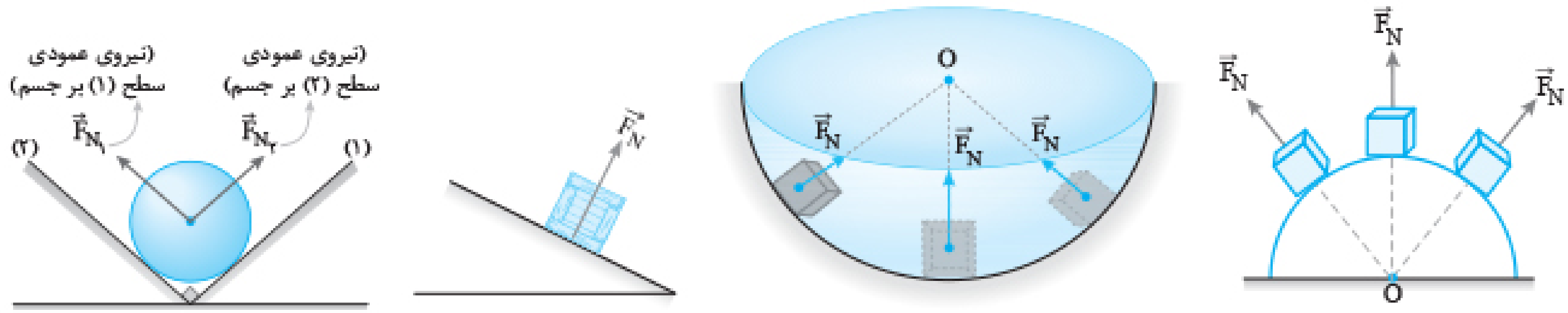
اگر جسمی با سطحی در تماس باشد و به سطح تکیه کرده و بر آن نیرو وارد کند، سطح تکیه‌گاه نیز نیروی عمودی بر جسم وارد می‌کند که آن را نیروی عمودی سطح یا نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌نامند و آن را با $\vec{F}_N$ نمایش می‌دهند. برای جسمی که مطابق شکل روی سطح افقی و در حالت ساکن قرار دارد، می‌توان نتیجه گرفت نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند و نوشت:



نیروهای وارد بر جعبه متوازن‌اند

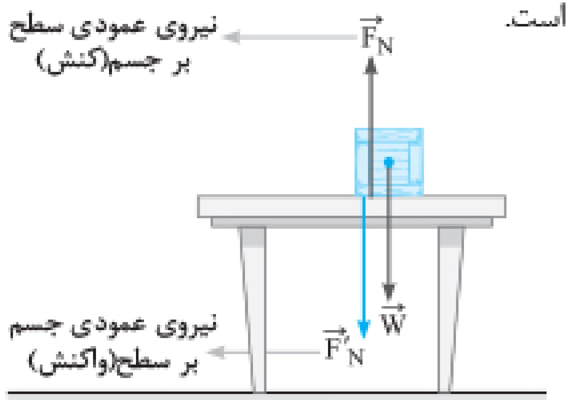
$$\vec{F}_{net} = ۰ \Rightarrow \vec{F}_N = -\vec{W} \xrightarrow{\text{اندازه}} F_N = W$$

تذکر: (۱) در هر نوع سطحی نیروی عمودی سطح همواره بر سطح تماس عمود است.



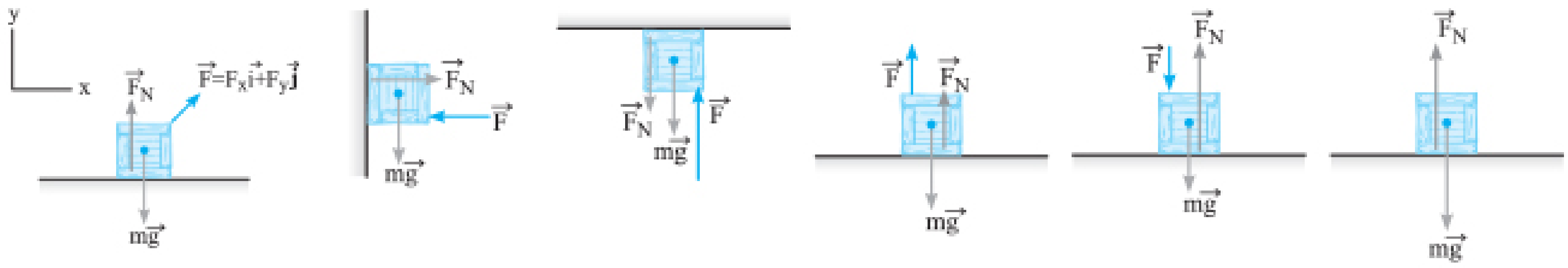
(۲) نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم و مربوط به نیروهای بین مولکولی است.

(۳) نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$) از طرف سطح تکیه‌گاه به جسمی که روی آن قرار دارد، وارد می‌شود و واکنش آن، نیرویی است که جسم به‌طور عمود بر سطح وارد می‌کند ($\vec{F}'_N$) و هم‌اندازه با F_N است.



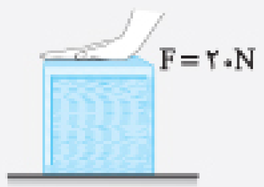
نکته: نیروی F_N، واکنش نیروی وزن نیست!

نکته: اگر در راستای عمود بر سطح، شتاب جسم صفر باشد، برایند نیروهایی که در راستای عمود بر سطح بر جسم وارد می‌شوند، صفر است. در شکل‌های زیر که جسم به سطوح ثابتی تکیه دارد می‌توان نیروی خالص وارد بر جسم در راستای عمود بر سطح را برابر صفر در نظر گرفت و نوشت:



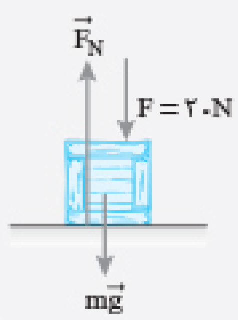
$F_N = mg - F_y$ | $F_N = F$ | $F_N = F - mg$ | $F_N = mg - F$ | $F_N = mg + F$ | $F_N = mg$

تست: مانند شـــکل، جعبه‌ای به جرم $5\,kg$ روی میزی افقی قرار دارد و آن را با نیروی عمودی $20\,N$ بر میز می‌فشاریم. نیروی عمودی سطح چند نیوتون است؟ $(g = 10\,N/kg)$



۱) ۱۰ ۲) ۲۰
۳) ۴۰ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»



نیروهای وارد بر جســـم را رســـم کرده و با توجه به ســـاکن‌بودن جســـم نتیجه می گیریم که برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای عمود بر سطح صفر است و می‌توان نوشت:

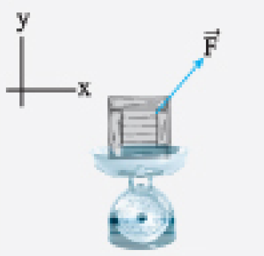
$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow F_N = mg + F$$

$$\xrightarrow[F=20N]{m=5kg\,,\,g=10N/kg} F_N = 5\times 10 + 20 = 70\,N$$

نکته: هنگامی که وزن جسمی را با ترازوی فنری یا باسکول اندازه می‌گیریم ترازو یا باسکول مقدار F_N را نمایش می‌دهند.

تست: جســـمی به جرم ۲۰ کیلوگرم روی کفهٔ ترازویی قرار دارد و نیروی $\vec{F} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ (در SI)، بر جســـم وارد می‌شود. α چند نیوتون باشد تا ترازو $150N$ را نشان دهد؟ $(g = 10N/kg)$

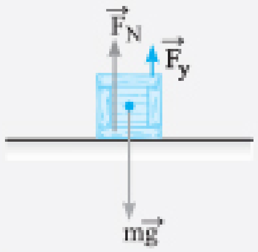
۱) ۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱۰۰



پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول ترازو عکس‌العمل نیروی F_N را نمایش می‌دهد. با توجه به متوازن بودن نیروهای وارد بر جســـم در راســـتای قائم داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N + F_y = mg$$



گام دوم با توجه به این‌که $F_y = \alpha$ است می‌توان نوشت:

$$F_N = mg - F_y \xrightarrow[m=20kg,\, g=10N/kg]{F_N=150N} 150 = 20\times10 - F_y \Rightarrow F_y = 50\,N \Rightarrow \alpha = 50\,N$$

آسانسور

آسانســـور جســـم متحرکی است که در راستای قائم حرکت می‌کند. حرکت آسانسور می‌تواند شتاب‌دار یا با سرعت ثابت انجام شود و در هر حالت حرکت آن رو به بالا یا رو به پایین باشد.

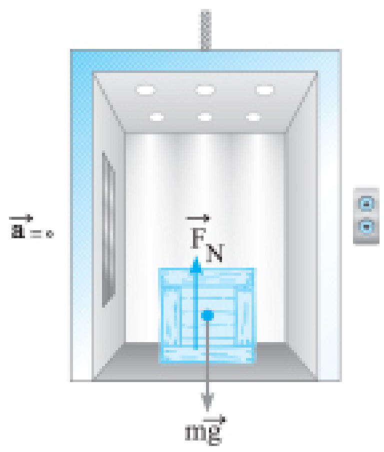
یادآوری: ① در حرکت تندشونده، شتاب هم‌جهت با سرعت جسم و در حرکت کندشونده، شتاب در خلاف جهت سرعت جسم است.

② اگر جسمی به هر طرفی از حالت سکون شروع به حرکت کند، شتاب جسم در جهت حرکت آن است.

حالت‌های مختلف حرکت آسانسور

به‌طور کلی حرکت آسانسور و جسمی که درون آن است را می‌توان در ۳ حالت زیر دسته‌بندی کرد و با استفاده از قوانین نیوتون، رابطهٔ بین نیروی عمودی تکیه‌گاه، وزن جسم و شتاب جسم را به دست آورد:

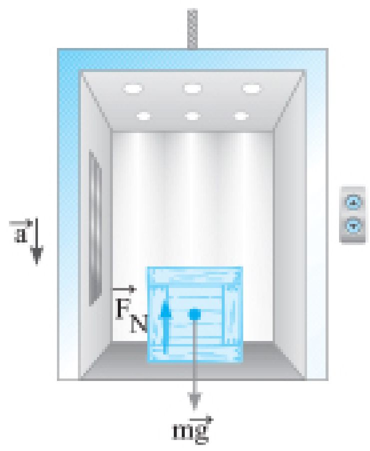
• **حالت اول** آسانسور ساکن یا با تندی ثابت در حرکت است:



در این حالت شتاب آسانسور و جسم درون آن صفر است $(a = 0)$ و نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم متوازن‌اند و آسانسور چه به طرف بالا و چه به طرف پایین با سرعت ثابت حرکت کند داریم:

$$\begin{cases} v = 0 \\ \text{یا} \\ v = \text{ثابت} \end{cases} \xrightarrow{a=0} F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

• **حالت دوم** آسانسور به‌صورت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا حرکت می‌کند:



در این حالت جهت شـــتاب رو به پایین است و با استفاده از قانون دوم نیوتون برای محاسبهٔ نیروی عمودی تکیه‌گاه می‌توان نوشت:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - F_N = m\underbrace{a}_{\text{اندازهٔ شتاب آسانسور}} \Rightarrow F_N = m(g-a)$$

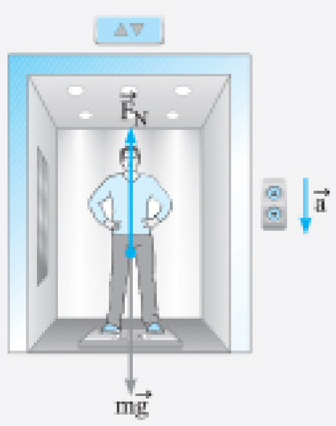
دقت کنید که جهت شتاب (رو به پایین) را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم.

نکته: در این حالت $F_N < mg$ اســـت و اگر شخص (یا جســـم) بر روی ترازو باشد، ترازو به اندازهٔ ma کمتر از اندازهٔ وزن شخص (جسم) را نشان می‌دهد.

تست: شخصی درون آسانسوری روی یک ترازوی فنری ایستاده است و آسانسور با شتاب $2\,m/s^2$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. اگر ترازو $720\,N$ را نشان دهد، جرم شخص چند کیلوگرم است؟ $(g = 10N/kg)$

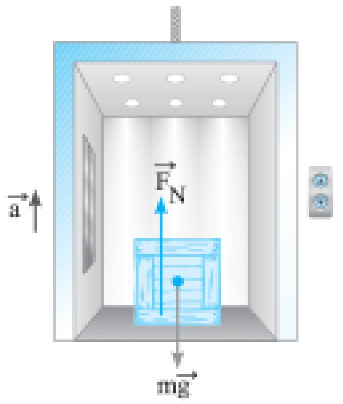
۱) ۹۰ ۲) ۸۲ ۳) ۸۶ ۴) ۹۶

پاسخ: گزینهٔ «۱»



چون آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کرده است، پس شتاب آسانسور نیز به طرف پایین است. می‌دانیم ترازو مقدار F_N را نشان می‌دهد. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a) \xrightarrow[a=2m/s^2]{F_N=720N} 720 = m(10-2) \Rightarrow m = 90\,kg$$



حالت سوم **آسانسور به‌صورت تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین حرکت می‌کند:**

در این حالت جهت شتاب آسانسور به سمت بالاست و با در نظر گرفتن جهت شتاب (روبه بالا) برای علامت مثبت و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نیروی عمودی سطح بر جسم را حساب کرد:

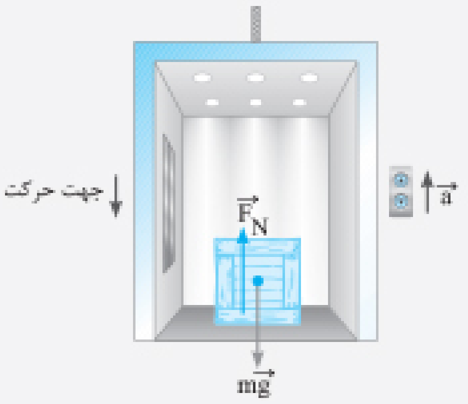
$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - mg = m\underbrace{a}_{\text{اندازهٔ شتاب آسانسور}} \Rightarrow F_N = m(g+a)$$

نکته: در این حالت $F_N > mg$ است و اگر شخص یا جسم بر روی ترازو باشد، ترازو به اندازهٔ ma بیشتر از اندازهٔ وزن شخص یا جسم را نشان می‌دهد.

تست: جسمی به جرم $10\,kg$ درون آسانسوری که با سرعت ثابت $2\,m/s$ در حال حرکت به سمت پایین است، قرار دارد. اگر آسانسور در مدت‌زمان $2\,s$ با شتاب ثابت متوقف شود، اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور در این مدت به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g = 10\,m/s^2)$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ «۲»



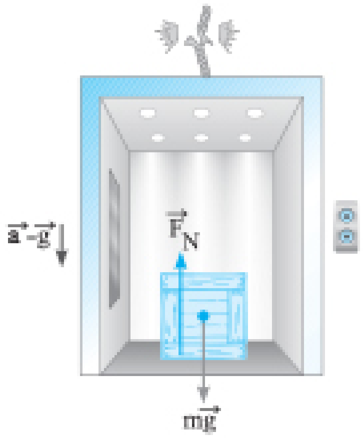
گام اول حرکت آسانسور به سمت پایین و در حال کندشدن است، بنابراین جهت شتاب آن به سمت بالاست اگر جهت بالا را با علامت مثبت در نظر بگیریم با استفاده از رابطهٔ $v = at + v_0$ شتاب آسانسور در مدت $2\,s$ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v=0,\ t=2s]{v_0=-2m/s} 0 = a\times 2 - 2 \Rightarrow a = 1\,m/s^2$$

گام دوم با استفاده از قانون دوم نیوتون و با در نظر گرفتن این‌که جهت شتاب آسانسور رو به بالاست می‌توان نوشت:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a)$$

$$\xrightarrow[g=10\,m/s^2]{m=10\,kg,\ a=1\,m/s^2} F_N = 10(10+1) = 110\,N$$



سقوط آزاد آسانسور: اگر ساکن باشد و در اثر حادثه‌ای، مثلاً کابل آسانسور پاره شود، و از نیروهای مقاوم صرف‌نظر کنیم آسانسور با شتاب g به‌صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند و در این حالت نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a) \xrightarrow{a=g} F_N = m(g-g) \Rightarrow F_N = 0$$

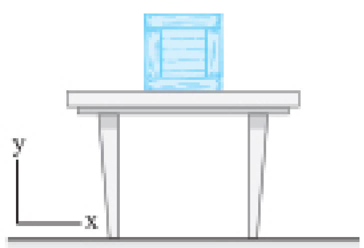
نتیجه: یعنی اگر شخصی درون آسانسوری که سقوط آزاد می‌کند بر روی یک ترازو بایستد، ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد و در اصطلاح می‌گویند جسم در حالت بی‌وزنی است!

آسانسور در یک نگاه

F_N:
- $\xrightarrow{v=0 \text{ یا } v=\text{ثابت}} F_N = mg$
- $\xrightarrow{\text{شتاب رو به بالا}} F_N = m(g+a)$: تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین
- $\xrightarrow{\text{شتاب رو به پایین}} F_N = m(g-a)$: تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

نیروی عمودی سطح



۷۳۲. مطابق شکل جعبه‌ای به جرم $2\,kg$ روی سطح میزی قرار گرفته است. اگر وزن جعبه را با $\vec{W}$ و نیروی عمودی سطح وارد بر کتاب را با $\vec{F}_N$ نشان دهیم، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ $(g = 10\,m/s^2)$ (برگرفته از کتاب درسی)

الف) F_N واکنش W است.

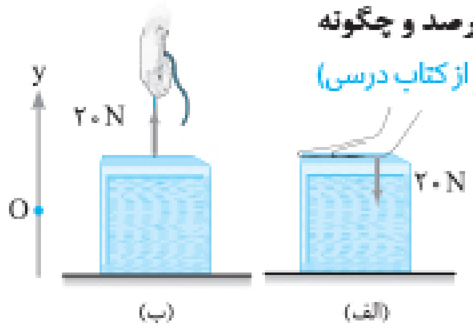
ب) $\vec{F}_N = -\vec{W} = (20\,N)\vec{j}$ است.

پ) واکنش $\vec{F}_N$ برابر $(20\,N)\vec{j}$ است.

ت) واکنش $\vec{F}_N$ برابر $(-20\,N)\vec{j}$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۳۳. در شکل مقابل، اگر جرم جعبه ۳kg باشد، نیروی عمودی سطح در حالت (ب) نسبت به حالت (الف) چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = ۱۰\ m/s^{۲}$) (برگرفته از کتاب درسی)

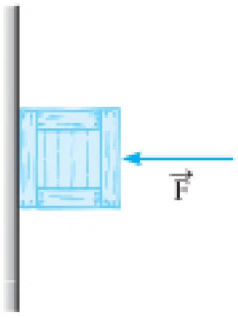


۱) ۶۰، کاهش
۲) ۶۰، افزایش
۳) ۸۰، کاهش
۴) ۸۰، افزایش

۷۳۴. در شکل روبه‌رو، شخصی به جرم m روی ترازوی فنری ایستاده و با دست خود نیرویی به بزرگی F را به‌طور عمود به طرف پایین بر میز وارد می‌کند. ترازوی فنری چه مقداری را نشان می‌دهد؟

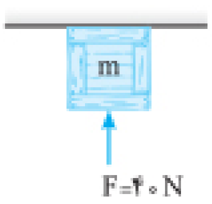
۱) $mg + F$
۲) $mg - F$
۳) $\frac{mg}{F}$
۴) $\frac{F}{mg}$

۷۳۵. در شکل روبه‌رو با نیروی $F = ۳۰N$ جسمی را به دیوار تکیه داده‌ایم. اگر جرم جسم ۲kg باشد، نیروی عمودی سطح چند نیوتون و واکنش این نیرو به کدام سمت است؟



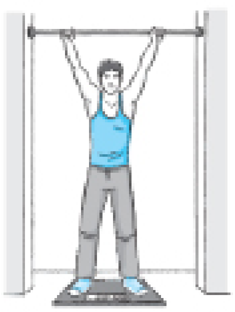
۱) ۱۰، راست
۲) ۳۰، راست
۳) ۳۰، چپ
۴) ۱۰، چپ

۷۳۶. در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m با نیروی قائم $F = ۴۰N$ به سقف فشرده شده است. اگر نیروی عمودی که سقف به جسم وارد می‌کند ۱۰N باشد، m برحسب کیلوگرم کدام است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۷۳۷. شخصی به جرم ۶۰kg، درحالی که روی یک ترازو ایستاده، با دست‌هایش بر میلهٔ بارفیکس که بر دیوار متصل است، نیرو وارد می‌کند. اگر ترازو ۴۸۰N را نشان دهد، نیرویی که بارفیکس بر شخص وارد می‌کند، .... نیوتون و به طرف .... است. ($g = ۱۰N/kg$)

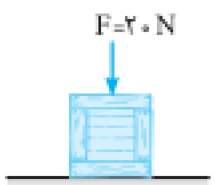


۱) ۱۲۰، بالا
۲) ۱۲۰، پایین
۳) ۴۸۰، بالا
۴) ۴۸۰، پایین

۷۳۸. جسمی به جرم ۵kg روی سطح افقی ساکن است و نیروی قائم $\vec{F}$ به آن وارد می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی عمودی سطح برابر ۴۰N باشد، به‌ترتیب از راست به چپ بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون و در کدام جهت است؟ ($g = ۱۰N/kg$)

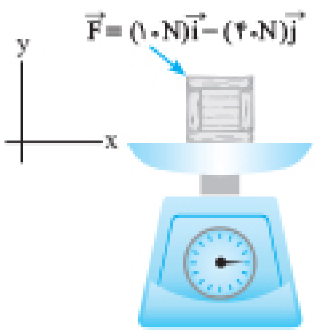
۱) ۹۰، بالا
۲) ۱۰، بالا
۳) ۹۰، پایین
۴) ۱۰، پایین

۷۳۹. جسمی به جرم ۴kg روی سطح افقی قرار دارد و نیروی عمودی $F = ۲۰N$ بر آن وارد می‌شود. اگر در یک لحظه جهت نیروی $\vec{F}$ برعکس شود، اندازهٔ نیروی عمودی سطح وارد بر جسم چه‌قدر و چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = ۱۰N/kg$) (برگرفته از کتاب درسی)



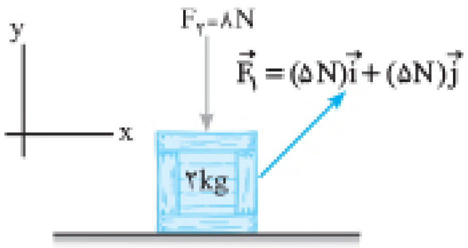
۱) ۲۰N، کاهش می‌یابد.
۲) ۲۰N، افزایش می‌یابد.
۳) ۴۰N، کاهش می‌یابد.
۴) ۴۰N، افزایش می‌یابد.

۷۴۰. مطابق شکل به جسمی به جرم ۲kg، نیروی $\vec{F}$ را وارد می‌کنیم و جسم ساکن است. ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = ۱۰N/kg$)

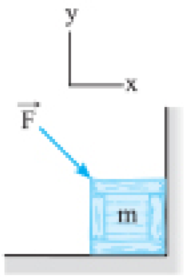


۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۶۰

۷۴۱. در شکل زیر، بزرگی نیروی عمودی که جسم بر سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون و در کدام جهت است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



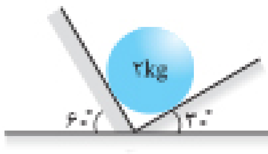
۱) ۷، ↓
۲) ۷، ↑
۳) ۲۳، ↓
۴) ۲۳، ↑



۷۴۲. مطابق شکل جسمی به جرم $۸۰۰g$ را روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، توسط نیروی $\vec{F}$ به دیوار قائمی فشرده‌ایم. اگر بزرگی نیروهای عمودی که دیوار قائم و سطح افقی بر جسم وارد می‌کنند به‌ترتیب $۲۰N$ و $۳۰N$ باشد، نیروی $\vec{F}$ در SI کدام است؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$

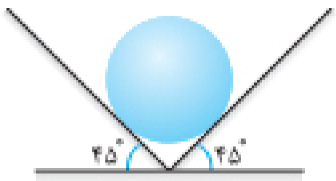
۱) $۲۰\vec{i} - ۲۲\vec{j}$ ۲) $۲۰\vec{i} - ۳۸\vec{j}$

۳) $۲۰\vec{i} - ۳۰\vec{j}$ ۴) $۲۸\vec{i} - ۳۰\vec{j}$



۷۴۳. مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم $m = ۲kg$ بین دو دیوار قرار گرفته است. با صرف‌نظر از نیروی اصطکاک، برایند نیروهای عمودی سطحی که دو دیواره بر وزنه وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$

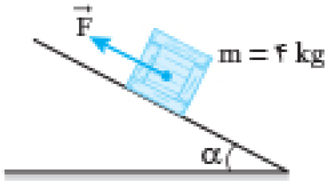
۱) ۱۰ ۲) $۱۰\sqrt{۲}$ ۳) ۲۰ ۴) $۲۰\sqrt{۲}$



۷۴۴. در شکل مقابل، کره‌ای همگن به جرم $۵ kg$ درون یک ناوهٔ بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتونی را وارد می‌کند؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$ (ریاضی خارج ۹۸)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵

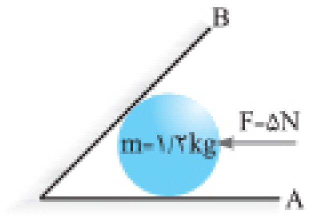
۳) $۲۵\sqrt{۲}$ ۴) $۵۰\sqrt{۲}$



۷۴۵. مطابق شکل جسمی روی یک سطح شیب‌دار تحت اثر نیروی F که موازی سطح است قرار دارد و همچنان ساکن است. اندازهٔ برایند نیروی F و نیروی عمودی سطح بر جسم چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ m/s^2$ و اصطکاک ناچیز است.)

۱) صفر ۲) $۴۰\sin\alpha$

۳) $۴۰\cos\alpha$ ۴) ۴۰



۷۴۶. کره‌ای مطابق شکل بین دو سطح صاف و صیقلی قرار دارد. برایند اندازهٔ نیروهایی که دیواره‌های A و B بر کره وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$

۱) ۵ ۲) ۱۲

۳) ۱۳ ۴) ۱۷

آسانسور

۷۴۷. در کف یک آسانسور باسکولی نصب شده است. در یک حرکت، باسکول وزن شخص را بیش از حالت سکون نشان داده است. آن حرکت چگونه است؟ (ریاضی ۹۸)

۱) الزاماً تندشونده به طرف بالا ۲) الزاماً تندشونده به طرف پایین

۳) تندشونده به طرف بالا یا کندشونده به طرف پایین ۴) کندشونده به طرف بالا یا تندشونده به طرف پایین

۷۴۸. شخصی به جرم $۶۰kg$ روی یک ترازوی فنری درون یک آسانسور ایستاده است و آسانسور با سرعت ثابت $۲m/s$ حرکت می‌کند. ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g = ۱۰ N/kg)$ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۷۲۰ ۲) ۶۰۰

۳) ۴۸۰ ۴) گزینه‌های «۱» و «۳» می‌توانند درست باشند.

۷۴۹. جعبه‌ای به جرم $۶kg$ روی کف آسانسوری قرار دارد و آسانسور با شتاب $۴m/s^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. نیرویی که کف آسانسور بر جعبه وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰N/kg)$ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۶۰ ۴) ۸۴

۷۵۰. شخصی به جرم $۸۰kg$ روی یک ترازوی فنری قرار دارد. اگر آسانسور با شتاب ثابت رو به پایین $۲m/s^2$ حرکت کند، ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$ (تجربی مجدد ۱۴۰۱، مشابه ریاضی ۹۳)

۱) ۶۴۰ ۲) ۷۴۰ ۳) ۹۶۰ ۴) ۹۸۰

۷۵۱. شخصی به وزن $۶۰۰N$ درون آسانسوری، روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازو عدد $۴۸۰N$ را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام جهت است؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$ (ریاضی خارج ۸۶)

۱) ۲، پایین ۲) ۲، بالا ۳) $\frac{۱}{۲}$، پایین ۴) $\frac{۱}{۲}$، بالا

۷۵۲. اگر آسانسوری با شتاب $۲m/s^2$ به طرف بالا در حرکت باشد، نیروی عمودی سطح بر جعبه‌ای به جرم $۴kg$ که روی کف آسانسور است، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

۱) ۳۲ ۲) ۴۰

۳) ۴۸ ۴) هر دو گزینهٔ «۱» و «۳» می‌توانند درست باشند.

۷۵۳. شخصی به جرم $۶۰ kg$ روی یک ترازوی فنری در آسانسور ساکن ایستاده است. آسانسور با شتاب ثابت $۲m/s^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ $(g = ۱۰ m/s^2)$

۱) ۷۲۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۴۸۰ ۴) صفر

۷۵۴. شخصی به جرم $70kg$ درون یک آسانسور روی ترازویی ایستاده است. آسانسور از حالت سکون با شتاب ثابت $1m/s^2$ به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابتی به بزرگی $2m/s^2$ متوقف می‌شود. اختلاف بین اندازهٔ نیرویی که ترازو در این دو حالت نشان می‌دهد چند نیوتون است؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۲۱۰ ‌ ۲) ۶۳۰ ‌ ۳) ۴۲۰ ‌ ۴) ۸۴۰

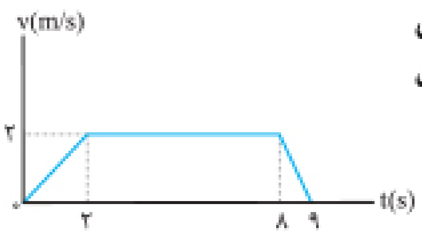
۷۵۵. جسمی به جرم $5kg$ کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای $2m/s^2$ به سمت بالا می‌رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود N است و وقتی با شتاب رو به پایین $2m/s^2$ به سمت پایین می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور N' است. اختلاف N و N' چند نیوتون است؟ $(g = 10 m/s^2)$

۱) صفر ‌ ۲) ۱۰ ‌ ۳) ۲۰ ‌ ۴) ۴۰ (ریاضی خارج ۹۸)

۷۵۶. شخصی به جرم $60 kg$ درون آسانسور روی ترازوی فنری قرار دارد. در حالت اول آسانسور با شتاب ثابت a روبه بالا شروع به حرکت می‌کند و در حالت دوم آسانسور با شتاب ثابت $2a$ روبه پایین شروع به حرکت می‌کند. اختلاف عددی که ترازوی فنری در این دو حالت نشان می‌دهد، $270 N$ است. a چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = 10 m/s^2)$ (ریاضی خارج ۱۴۰۰)

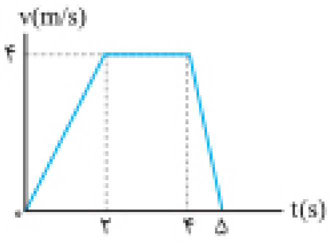
۱) ۳ ‌ ۲) ۲ ‌ ۳) $\frac{3}{2}$ ‌ ۴) $\frac{3}{4}$

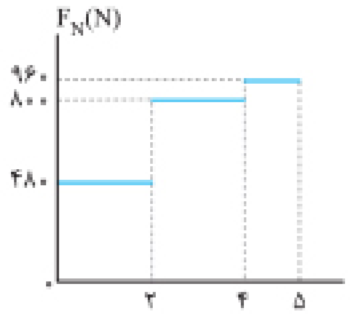
۷۵۷. نمودار سرعت ـ زمان آسانسوری که از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل است. درون این آسانسور شخصی به جرم $50kg$ روی یک باسکول ایستاده است. بیشترین اختلاف بین اعدادی که باسکول در کل این حرکت نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ $(g = 10N/kg)$

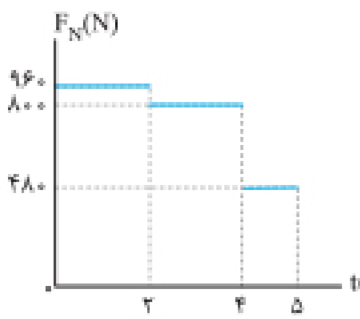


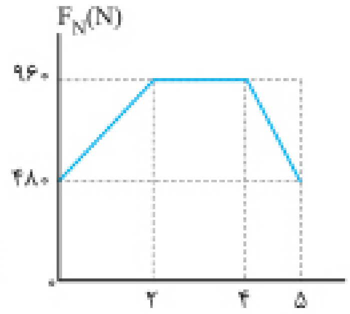
۱) ۵۰ ‌ ۲) ۱۵۰ ‌ ۳) ۴۰۰ ‌ ۴) ۵۵۰

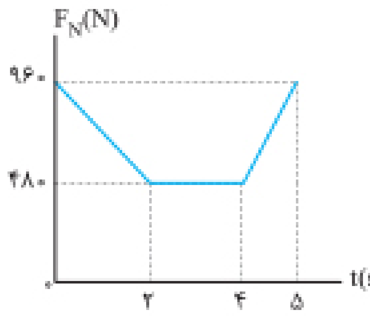
۷۵۸. شخصی به جرم $80kg$ درون آسانسوری که نمودار سرعت ـ زمان آن به شکل مقابل است، ایستاده است. نمودار نیروی عمودی که سطح کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند برحسب زمان کدام است؟



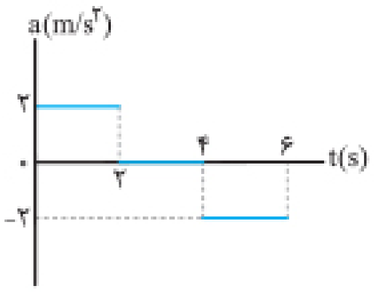
۱)


۲)


۳)


۴)


۷۵۹. آسانسوری از حالت سکون شروع به حرکت به طرف بالا می‌کند و نمودار شتاب ـ زمان آن مطابق شکل است. واکنش نیروی کف آسانسور بر جعبه‌ای به جرم $10kg$ در لحظهٔ $t = 1s$ چند برابر لحظهٔ $t = 5s$ است؟ $(g = 10N/kg)$



۱) ۲ ‌ ۲) $\frac{2}{3}$ ‌ ۳) $\frac{3}{2}$ ‌ ۴) $\frac{1}{2}$

۷۶۰. مکعبی به ضلع $5cm$ به جرم $10 kg$ روی کف آسانسوری قرار دارد و آسانسور با شتاب $3m/s^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند. فشار مکعب بر کف آسانسور چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۲۸۰۰۰ ‌ ۲) ۲۸ ‌ ۳) ۵۲۰۰۰ ‌ ۴) ۵۲

۷۶۱. شخصی به جرم $80kg$ بر روی یک ترازو درون آسانسوری ساکن قرار گرفته است. وقتی آسانسور با شتاب $1m/s^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، این شخص با دست خود به میزی که داخل آسانسور است، نیرویی به بزرگی $10N$ رو به پایین وارد می‌کند. در این حالت ترازو چه عددی را برحسب نیوتون نشان خواهد داد؟ $(g = 10N/kg)$

۱) ۷۱۰ ‌ ۲) ۷۵۰ ‌ ۳) ۷۷۰ ‌ ۴) ۹۴۰

۷۶۲. شخصی درون آسانسوری ایستاده و جسمی به جرم $2 kg$ را در دست نگه داشته است و آسانسور با شتاب $2m/s^2$ به‌صورت کندشونده پایین می‌رود. هم‌زمان با آن شخص جسم را تا ارتفاع ۱ متر با تندی ثابت بالا می‌برد. کار شخص در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = 10 m/s^2)$

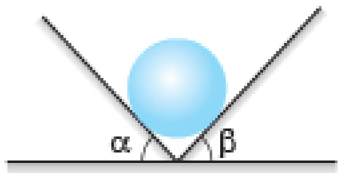
۱) ۲۴ ‌ ۲) ۲۰ ‌ ۳) ۱۶ ‌ ۴) صفر

۷۶۳. شخصی به جرم $60kg$ درون آسانسوری قرار دارد. آسانسور از حالت سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند؛ به‌طوری که پس از طی مسافت $2m$، تندی آن با آهنگی ثابت، به $4m/s$ می‌رسد. واکنش نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند چند نیوتون و در کدام جهت است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) ۸۴۰، به سمت بالا ‌ ۲) ۸۴۰، به سمت پایین ‌ ۳) ۳۶۰، به سمت بالا ‌ ۴) ۳۶۰، به سمت پایین

۷۶۴. شخصی به جرم $60\,kg$ روی یک ترازو درون آسانسوری قرار دارد. آسانسور از حالت سکون با شتاب ثابت به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر کل مسافت طی‌شده توسط آسانسور $18\,m$ و کل مدت زمان حرکت آسانسور $9\,s$ باشد، درصورتی که بزرگی شتاب مرحلهٔ تندشوندهٔ حرکت آسانسور ۲ برابر بزرگی شتاب مرحلهٔ کندشوندهٔ حرکت آن باشد، اختلاف بین حداکثر و حداقل مقداری که ترازو نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟ $(g = 10\,N/kg)$

۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۵۰



۷۶۵. مطابق شکل روبه‌رو گلوله‌ای به جرم $5\,kg$ درون ناوه‌ای با دیواره‌های صیقلی قرار دارد و مجموعه درون آسانسوری که با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ کندشونده به طرف بالا حرکت می‌کند است. اندازهٔ برایند نیروهایی که از طرف سطوح ناوه‌ای بر جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟ $(g = 10\,m/s^2)$

۱) صفر ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

آزمون مبحثی ۱

زمان پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

۷۶۶. چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اگر جسمی در حرکت باشد، نیروی خالص وارد بر آن مخالف صفر است.

ب) نیروی خالص وارد بر جسمی می‌تواند صفر باشد و جسم در حرکت باشد.

پ) سرعت جسم می‌تواند صفر باشد اما نیروی خالص وارد بر آن مخالف صفر باشد.

ت) واکنش نیروی وزن جسمی که روی میز قرار دارد، بر میز وارد می‌شود.

ث) اگر جسمی با تندی ثابت حرکت کند نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۶۷. جسمی به جرم $5\,kg$، تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F_1} = -15\vec{i} + 8\vec{j}$، $\vec{F_2} = -21\vec{i} + 19\vec{j}$ و $\vec{F_3}$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = -6\vec{i} + 3\vec{j}$ را پیدا کرده است. $\vec{F_3}$ کدام است؟ (همهٔ اندازه‌ها در SI است.)

۱) $-16\vec{i} - 12\vec{j}$ ۲) $16\vec{i} - 12\vec{j}$ ۳) $-16\vec{i} + 12\vec{j}$ ۴) $16\vec{i} + 12\vec{j}$

۷۶۸. به جسمی به جرم $5\,kg$، که با سرعت $5\,m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند، نیروی خالص $10\,N$ در خلاف جهت محور وارد می‌شود. اندازهٔ سرعت متوسط جسم پس از $6\,m$ جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۳

۷۶۹. شخصی به جرم $80\,kg$ با تندی $5\,m/s$ از یک قایق روی اسکله می‌پرد. اگر جرم قایق $100\,kg$ باشد و اصطکاک ناچیز فرض شود، حرکت قایق مطابق کدام گزینه خواهد شد؟

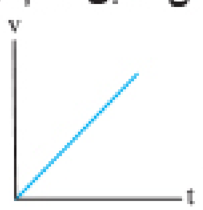
۱) با تندی $2\,m/s$ به عقب می‌رود. ۲) با تندی $4\,m/s$ به عقب می‌رود.

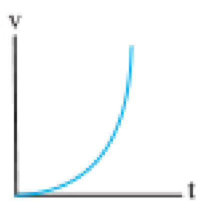
۳) با تندی $6/25\,m/s$ به عقب می‌رود. ۴) ساکن می‌ماند.

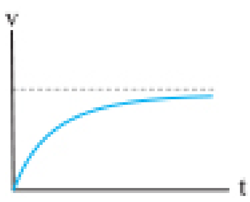
۷۷۰. جسمی به جرم $10\,kg$ توسط مریخ‌نوردی به سطح مریخ برده شده است. نیروی وزن این جسم در سطح مریخ چند برابر وزن آن در سطح زمین است؟ $(g_{\text{مریخ}} = 3/7\,N/kg , g_{\text{زمین}} = 10\,N/kg)$

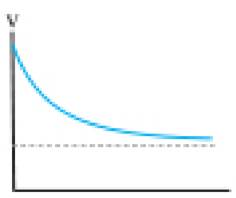
۱) ۳۷ ۲) ۳/۷ ۳) ۰/۳۷ ۴) ۱۰

۷۷۱. گلوله‌ای از یک نقطهٔ مرتفع در هوا از حال سکون رها می‌شود. نمودار تندی این گلوله از لحظهٔ رهاشدن تا لحظهٔ قبل از برخورد به زمین برحسب زمان مطابق کدام گزینه است؟

۱) 

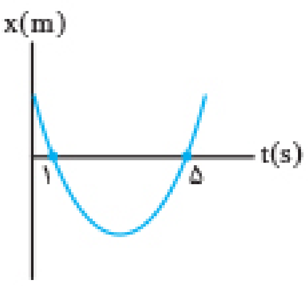
۲) 

۳) 

۴) 

۷۷۲. جسمی را به طرف بالا (در راستای قائم) پرتاب می‌کنیم. اگر مقدار متوسط در کل مسیر بالا رفتن و پایین آمدن نیروی مقاومت هوا $\frac{1}{5}$ وزن جسم باشد، شتاب جسم هنگام پایین‌آمدن چند برابر شتاب آن هنگام بالا رفتن جسم است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{5}$



۷۷۳. نمودار مکان ـ زمان متحرکی به جرم $2\,kg$ که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل و به‌صورت سهمی است. اگر متحرک در مدتی که کندشونده حرکت می‌کند، $13/5$ متر را طی کند در لحظه‌ای که جهت حرکتش عوض می‌شود، نیروی خالص وارد بر آن چند نیوتون است؟

۱) صفر ۲) ۲

۳) ۶ ۴) ۱۲

۷۷۴. شخصی درون آسانسور در حال حرکتی روی یک ترازو قرار دارد. در کدام‌یک از گزینه‌ها عددی که ترازو نمایش می‌دهد، بزرگ‌تر از نیروی وزن شخص است؟

۱) جهت شتاب آسانسور به سمت پایین و جهت حرکت آسانسور به سمت بالا باشد.

۲) جهت شتاب آسانسور و جهت حرکت آن هر دو به سمت پایین باشد.

۳) آسانسور با سرعت ثابت به سمت بالا در حال حرکت باشد.

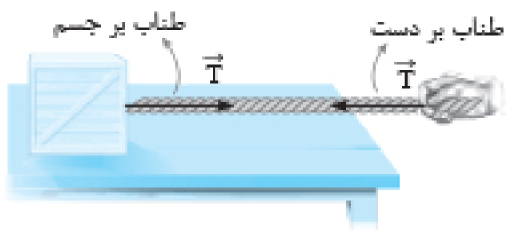
۴) جهت شتاب آسانسور و جهت حرکت آن هر دو به سمت بالا باشد.

۷۷۵. شخصی به جرم $۸۰\,kg$ درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت $۱\,m/s^۲$ تندشونده و به طرف پایین حرکت می‌کند، نیرویی که از طرف شخص به کف آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتون و کدام جهت است؟ $(g=۱۰\,m/s^۲)$

۱) ۸۸۰، بالا　　۲) ۸۸۰، پایین　　۳) ۷۲۰، بالا　　۴) ۷۲۰، پایین

ایستگاه ۶: نیروی کشش طناب

وقتی توسط نخ یا طناب، جسمی را مطابق شکل می‌کشیم، طناب هم به دست ما و هم بر جسم نیرو وارد می‌کند. چون در این حالت طناب تحت کشش قرار دارد، به این نیرو، نیروی **کشش طناب** گفته می‌شود و آن را با $\vec{T}$ نمایش می‌دهند.



نکته: ۱ اگر جرم نخ یا طناب ناچیز باشد، این نیرو در کل نخ یا طناب مقدار ثابتی خواهد داشت و در کتاب درسی از جرم طناب و کش آمدن آن صرف‌نظر شده است.

۲ جهت نیروی کشش در طنابی که از دو طرف به دو نقطه یا دو جسم محکم بسته شده است، همواره به سمت وسط طناب است؛ به عنوان مثال در شکل بالا نیروی طناب بر دست به سمت چپ و نیروی طناب بر جسم به سمت راست است.

۳ طناب فقط به عنوان یک رابط و انتقال دهندهٔ نیرو بین دو جسم عمل می‌کند.

تست: خودرویی به جرم $۱۵۰۰\,kg$ با طناب افقی محکمی که جرم آن ناچیز است، با شتاب ثابت $۲\,m/s^۲$ به طرف راست کشیده می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مقابل حرکت خودرو به‌ترتیب $۳۸۰\,N$ و $۲۲۰\,N$ باشد، نیروی کشش طناب در SI کدام است؟

۱) ۶۰۰　　۲) ۲۴۰۰　　۳) ۳۶۰۰　　۴) ۳۲۲۰

پاسخ: گزینهٔ «۳»

ابتدا مطابق شکل نیروهای وارد بر خودرو را رسم می‌کنیم:

حالا به سادگی با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow T-f_D-f_k=ma \Rightarrow T=ma+f_D+f_k=۱۵۰۰\times۲+۳۸۰+۲۲۰=۳۶۰۰\,N$$

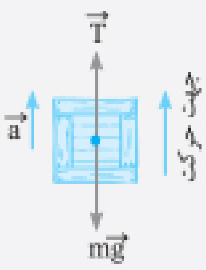
در شرایط خلأ جسمی به جرم $۵\,kg$ را از روی زمین با یک طناب سبک با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می‌دهیم. اگر در مدت $۲s$، بزرگی سرعت متوسط جسم $۴\,m/s$ باشد، نیروی طناب بر جسم چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\,N/kg)$

۱) ۳۰　　۲) ۴۶　　۳) ۵۴　　۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»

جسم به وسیلهٔ طناب از حالت سکون به سمت بالا به حرکت در آمده است؛ بنابراین حرکت تندشونده و جهت شتاب به سمت بالا است.

گام اول شتاب جسم را از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم:

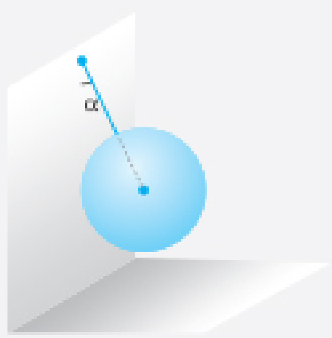


$$v_{av}=\frac{v+v_۰}{۲}\xrightarrow{v=at+v_۰}v_{av}=\frac{۱}{۲}at+v_۰ \Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}\times a\times۲+۰ \Rightarrow a=۴\,m/s^۲$$

گام دوم چون شتاب رو به بالا است، جهت بالا را مثبت فرض کرده و از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت استفاده می‌کنیم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow T-mg=ma \Rightarrow T-۵۰=۵\times۴ \Rightarrow T=۷۰\,N$$

در شکل مقابل کرهٔ فلزی به جرم $۳\,kg$ به دیواری که اصطکاک آن ناچیز است، آویزان است. اگر بزرگی نیروی عمودی سطح وارد بر کره $۴۰\,N$ باشد، بزرگی نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\,N/kg)$



۱) ۱۴

۲) ۷۰

۳) ۴۰

۴) ۵۰

ایستگاه ۱: حرکت نوسانی و مفاهیم اولیه

ضربان قلب انسان، تاب خوردن، بالا و پایین رفتن سرنشینان یک کشتی که در حال حرکت روی امواج است، زمین‌لرزه و حرکت جسم متصل به فنر، نمونه‌هایی از حرکت نوسانی‌اند.

اگر به اطراف خود دقت کنیم، حرکت‌هایی را می‌بینیم که در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی عیناً تکرار می‌شوند، این حرکت‌ها را **حرکت دوره‌ای** می‌نامیم.

حرکت نوسانی دوره‌ای: حرکت‌های دوره‌ای که به‌صورت رفت‌وبرگشت (نوسانی) باشند را حرکت نوسانی دوره‌ای می‌نامیم. مانند تاب‌خوردن،حرکت جسم متصل به فنر در راستای قائم یا افقی، ضرباهنگ (ریتم) قلب انسان. جسمی که حرکت نوسانی انجام می‌دهد را **نوسانگر** می‌نامیم.

مفاهیم اولیه:

۱ **چرخه (سیکل):** هر نوسان کامل (یعنی یک رفت‌وبرگشت کامل) را چرخه می‌نامیم.

۲ **دورهٔ تناوب:** مدت‌زمان یک نوسان کامل یا انجام یک چرخه را دورهٔ تناوب می‌نامیم و آن را با T نشان می‌دهیم.

توجه:

۱ یکای دورهٔ تناوب در SI ثانیه است.

۲ اگر نوسانگر در مدت‌زمان t، n نوسان کامل را انجام دهد، در این‌صورت دورهٔ تناوب برابر است با:

$$\frac{n\,\text{نوسان}}{۱\,\text{نوسان}} = \frac{t(s)}{T(s)} \Rightarrow \boxed{T = \frac{t}{n}}$$

۳ بسامد (فرکانس): تعداد نوسان‌های انجام‌شده (تعداد چرخه‌ها) در هر ثانیه را بسامد (فرکانس) می‌نامیم و آن را با f نشان می‌دهیم.

توجه: ۱ یکای بسامد در SI، هرتز (Hz) می‌باشد.

۲ اگر بسامد نوسانگر ۲۰ Hz باشد، یعنی در مدت ۱s، ۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد.

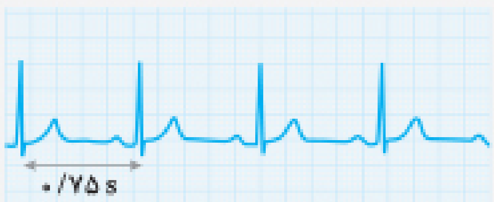
۳ اگر نوسانگر در مدت‌زمان t، n نوسان کامل انجام دهد در این‌صورت بسامد برابر است با:

$$\frac{n\,\text{نوسان}}{f\,\text{نوسان}} = \frac{t(s)}{۱(s)} \Rightarrow \boxed{f = \frac{n}{t}}$$

نکته: از روابط بسامد و دورهٔ تناوب داریم:

$$\boxed{f = \frac{۱}{T}} \Rightarrow \boxed{۱\text{Hz} = ۱\,\text{چرخه بر ثانیه} = ۱\frac{۱}{s}}$$

تست: **شکل زیر، نوار قلب شخصی را نشان می‌دهد. قلب این شخص در هر دقیقه چند بار می‌زند؟**



۱) ۴۵
۲) ۷۵
۳) ۸۰
۴) ۹۰

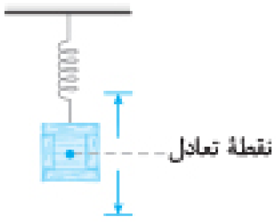
پاسخ: گزینهٔ «۳»

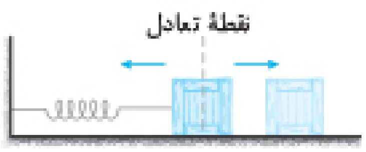
نوار قلب شخص نشان می‌دهد دورهٔ تناوب ضربان قلب او $T = ۰/۷۵s$ است؛ بنابراین داریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow ۰/۷۵ = \frac{۶۰}{n} \Rightarrow n = ۸۰$$

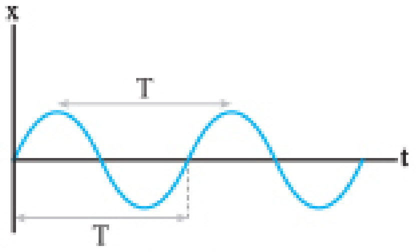
حرکت هماهنگ ساده (SHM)

حرکتی است که به‌صورت رفت‌وبرگشت روی پاره‌خطی ثابت، حول نقطهٔ وسط پاره‌خط انجام می‌شود و معادلهٔ مکان ـ زمان آن به‌طور سینوسی یا کسینوسی می‌باشد. نمونهٔ معروف حرکت هماهنگ سادهٔ نوسان جرم و فنر در راستای قائم یا افقی روی سطح بدون اصطکاک است.

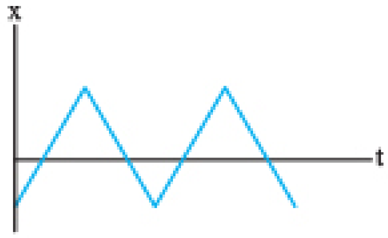




برای مثال نمودارهای (۱) و (۲) هر دو مربوط به حرکت نوسانی دوره‌ای می‌باشند، ولی در نمودار (۲) نوسان‌ها به‌صورت سینوسی است، بنابراین شکل نمودار (۲) مربوط به حرکت هماهنگ ساده است.



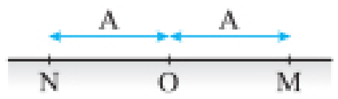
نمودار(۲)



نمودار(۱)

مفاهیم اولیهٔ حرکت هماهنگ ساده

۱ **پاره‌خط نوسان:** پاره‌خطی که نوسانگر روی آن حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.



۲ **مرکز نوسان:** نقطهٔ وسط پاره‌خط نوسان که نوسانگر حول آن نوسان می‌کند. مرکز نوسان همان نقطهٔ تعادل می‌باشد.

۳ **دامنهٔ نوسان:** بیشترین فاصلهٔ نوسانگر تا مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) را دامنهٔ نوسان می‌نامیم و آن را با A نمایش می‌دهیم.

$$ON = OM = A$$

دامنهٔ نوسان نصف پاره‌خط نوسان می‌باشد.

$$A = \frac{MN}{۲}$$

تست: **نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۲cm نوسان می‌کند. اگر نوسانگر در مدت ۸s، ۶۴ بار طول پاره‌خط را طی کند، به‌ترتیب از راست به چپ دامنه و بسامد نوسانگر چند سانتی‌متر و چند هرتز است؟**

۱) ۱۲، ۸ ۲) ۶، ۴ ۳) ۱۲، ۴ ۴) ۶، ۸

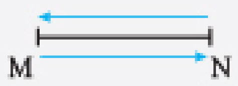
پاسخ: گزینهٔ «۲»

دامنه نصف طول پاره‌خط نوسان می‌باشد.

$$A = \frac{MN}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶cm$$

در یک نوسان کامل نوسانگر باید دو بار طول پاره‌خط MN را طی کند؛ بنابراین تعداد نوسانات برابر است با:

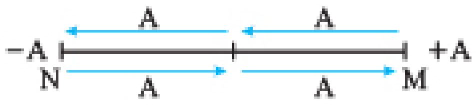
$$f = \frac{n}{t} = \frac{۳۲}{۸} \Rightarrow f = ۴Hz \qquad n = \frac{۶۴}{۲} = ۳۲ \text{ نوسان کامل}$$



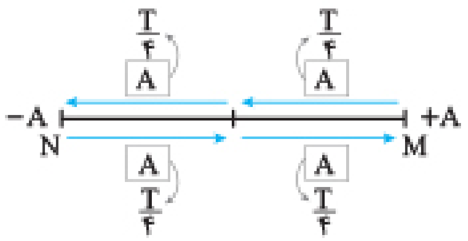
نکات مربوط به هماهنگ ساده

۱ نوسانگر در هر نوسان کامل در مدت‌زمان یک دوره (T)، ۴ بار دامنه را طی می‌کند.

$\boxed{\text{مسافت طی‌شده } L = ۴A}$



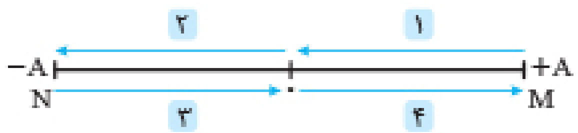
۲ نوسانگر هر دامنه را در مدت $\frac{T}{۴}$ طی می‌کند.



۳ در حرکت هماهنگ ساده **مرکز نوسان** را به عنوان **مبدأ مختصات** در نظر می‌گیریم و سپس مکان نوسانگر را نسبت به آن می‌سنجیم.

الف) در ناحیهٔ (۱) و (۴) مکان نوسانگر مثبت $(x > ۰)$ است.

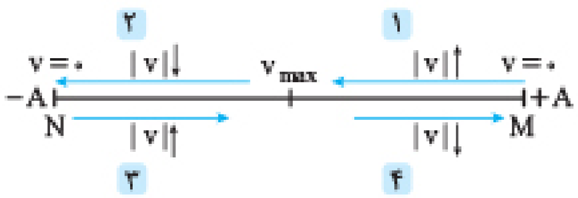
ب) در ناحیهٔ (۲) و (۳) مکان نوسانگر منفی $(x < ۰)$ است.



۴ در مرکز نوسانگر تندی بیشینه و در دو انتهای مسیر تندی صفر است. نقاط $x = +A$ و $x = -A$ را نقاط بازگشت می‌نامیم؛ بنابراین داریم:

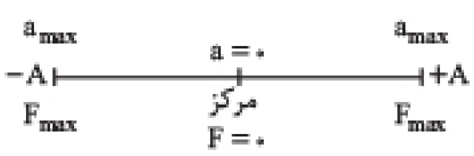
الف) اگر نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت کند، تندی آن افزایش می‌یابد $(|v|\uparrow)$ و حرکت تندشونده است (ناحیهٔ (۱) و (۳)).

ب) اگر نوسانگر به انتهای مسیر نوسان $(x = \pm A)$ حرکت کند، تندی آن کاهش می‌یابد $(|v|\downarrow)$ و حرکت کندشونده است (ناحیهٔ (۲) و (۴)).

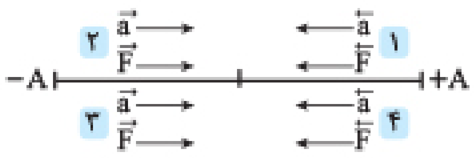


۵ جهت حرکت نوسانگر جهت سرعت آن را نشان می‌دهد، بنابراین در ناحیهٔ (۱) و (۲) جهت سرعت به سمت منفی محور x است، بنابراین علامت v منفی است و در ناحیهٔ (۳) و (۴) جهت سرعت به سمت مثبت محور x است؛ پس علامت v مثبت است.

۶ در مرکز نوسان شتاب و نیروی نوسانگر صفر و در دو انتهای مسیر $(x = \pm A)$ مقدار شتاب بیشینه است.



۷ جهت بردار شتاب و نیرو همواره به سمت مرکز نوسان است، بنابراین در ناحیهٔ (۱) و (۴) علامت بردار شتاب و نیرو منفی است و در ناحیهٔ (۲) و (۳) علامت بردار شتاب و نیرو مثبت است.



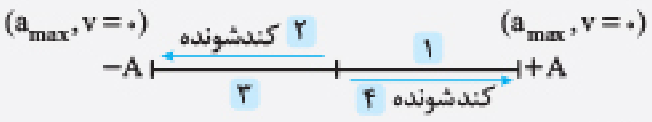
تست: در حرکت هماهنگ ساده و در لحظه‌هایی که حرکت کندشونده است، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

الف) اندازهٔ شتاب افزایش می‌یابد. **ب) اندازهٔ سرعت افزایش می‌یابد.**

پ) اندازهٔ شتاب کاهش می‌یابد. **ت) مکان ذره ممکن است منفی باشد.**

۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) الف و ت ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ «۳»



بررسی همهٔ عبارت‌ها **الف) درست:** در ناحیهٔ ۲ و ۴ حرکت، کندشونده است و نوسانگر به نقاط بازگشتی انتهای مسیر می‌رود، بنابراین $|a|$ افزایش می‌یابد.

ب) نادرست: حرکت نوسانگر هنگامی که به انتهای مسیر برود، کندشونده است و اندازهٔ سرعت آن کاهش می‌یابد.

پ) نادرست: در انتهای مسیر اندازهٔ شتاب افزایش می‌یابد. (ناحیهٔ ۲ و ۴)

ت) درست: در ناحیهٔ ۲ مکان، منفی و در ناحیهٔ ۴ مکان نوسانگر مثبت است.

تست: نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت ۱۵ ثانیه ۶۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر تندی متوسط نوسانگر در مدت دو دوره $8\,m/s$ باشد، دامنهٔ آن چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»

ابتدا مقدار دوره را محاسبه می کنیم.

$$T=\frac{t}{n}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}\,s$$

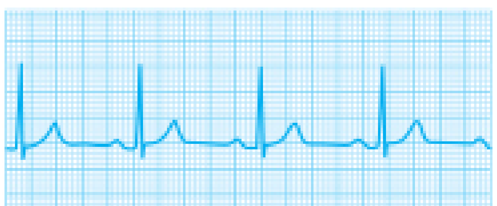
با توجه به این‌که نوسانگر در هر دوره (T) مسافت $L=4A$ را طی می‌کند، بنابراین در مدت دو دوره مسافت $8A$ را طی می‌کند. از رابطهٔ تندی متوسط داریم:

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=2T}8=\frac{8A}{2\times\frac{1}{4}}\Rightarrow A=\frac{1}{2}m=50\,cm$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۵

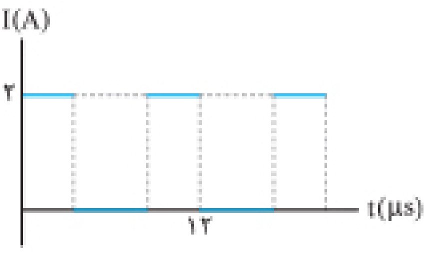
۱۰۹۰. شکل روبه‌رو، نوار قلب یک شخص را در مدت $3/2s$ نشان می‌دهد. دورهٔ تناوب ضربان قلب این شخص چند ثانیه است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



۱) ۰/۷ ۲) ۰/۷۵

۳) ۰/۸ ۴) ۰/۸۵

۱۰۹۱. نمودار جریان خروجی برحسب زمانِ یک وسیلهٔ برقی مطابق شکل است. اگر در هر دورهٔ تناوب، در ٪۲۰ لحظات، جریان غیرصفر باشد، بسامد این جریان چند کیلوهرتز است؟



۱) ۷۵

۲) ۸۰

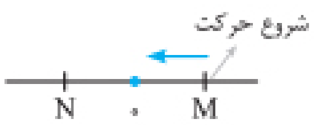
۳) ۱۰۰

۴) ۱۲۵

۱۰۹۲. نوسانگر هماهنگ ساده‌ای حول مرکز نوسان در راستای محور x نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که جهت نیروی وارد بر نوسانگر و جهت سرعت آن در جهت +x می‌باشد. علامت مکان و اندازهٔ شتاب به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

۱) مثبت ـ افزایش می‌یابد. ۲) مثبت یا منفی ـ افزایش می‌یابد. ۳) مثبت یا منفی ـ کاهش می‌یابد. ۴) منفی ـ کاهش می‌یابد.

۱۰۹۳. مطابق شکل نوسانگری روی پاره‌خط MN و حول مبدأ مختصات با دورهٔ حرکت T حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در زمانی که حرکت نوسانگر کندشونده و مکان نوسانگر منفی است، نوسانگر در کدام بازهٔ زمانی قرار دارد؟



۱) صفر تا $\frac{T}{4}$ ۲) $\frac{T}{4}$ تا $\frac{T}{2}$ ۳) $\frac{T}{2}$ تا $\frac{3T}{4}$ ۴) $\frac{3T}{4}$ تا T

۱۰۹۴. در حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A، مسافتی که نوسانگر در مدت‌زمان یک دورهٔ تناوب طی می‌کند، کدام است؟

۱) صفر ۲) A

۳) $2A$ ۴) $4A$

۱۰۹۵. **نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی یک پاره‌خط، حرکت نوسانی انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در هر دقیقه ۱۵بار طول این پاره‌خط را طی کند، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۰۹۶. **دو نوسانگر سادهٔ A و B به‌ترتیب با دوره‌های $3/5\,s$ و $1/5\,s$، هم‌زمان از وضع تعادل شروع به نوسان می‌کنند. پس از چند ثانیه یکی از نوسانگرها ۸ نوسان کامل بیشتر از دیگری انجام می‌دهد؟**

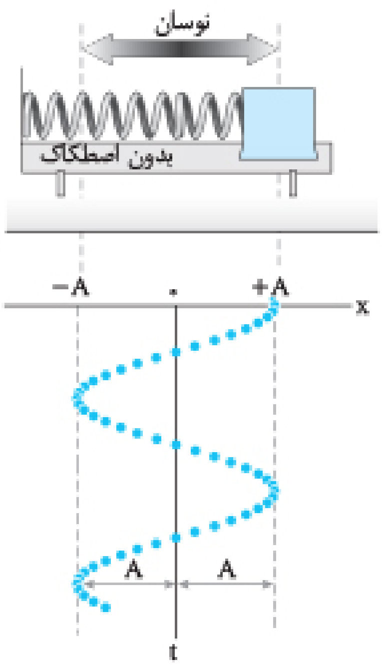
۱) ۱۴ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴/۵

۱۰۹۷. **در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر با فاصله‌های زمانی $0/02\,s$ صفر می‌شود. بسامد این نوسانگر چند هرتز است؟**

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

ایستگاه ۲: معادله و نمودار مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده

معادلهٔ مکان - زمان



اگر مطابق شکل نوسان دستگاه جرم ـ فنر را مورد بررسی قرار دهیم، تابع مکان ـ زمان آن به‌صورت تابع متناوب سینوسی یا کسینوسی نوشته می‌شود.

در کتاب درسی تابع کسینوسی برای معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده می‌شود. $\boxed{x(t) = A\cos\omega t}$

x: مکان نوسانگر در لحظهٔ t در SI برحسب متر (m)

A: دامنهٔ نوسانگر برحسب متر (m)

توجه: ۱) ω در معادلهٔ بالا را **بسامد زاویه** یا **سرعت زاویه‌ای** می‌نامیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

۲) در معادلهٔ بالا ωt را **شناسهٔ** تابع کسینوس می‌نامیم که برحسب رادیان است.

تست: **نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت یک دوره مسافت $40cm$ را طی می‌کند؛ همچنین این نوسانگر در مدت $10s$، ۴۰ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. معادلهٔ مکان ـ زمان این نوسانگر در SI کدام است؟**

۱) $x = 10\cos 4\pi t$ ۲) $x = 20\cos 8\pi t$ ۳) $x = 0/1\cos 4\pi t$ ۴) $x = 0/2\cos 8\pi t$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول نوسانگر در مدت یک دوره مسافت $4A$ را طی می‌کند؛ بنابراین داریم:
$$L = 4A = 40cm \Rightarrow A = 10cm = 0/1m$$

گام دوم نوسانگر در یک نوسان کامل ۲ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند، بنابراین نوسانگر در $10s$، $n = \frac{40}{2} = 20$ نوسان کامل انجام می‌دهد؛ پس می‌توانیم بسامد و بسامد زاویه‌ای را محاسبه کنیم.
$$f = \frac{n}{t} = \frac{20}{10} = 2Hz \;,\; \omega = 2\pi f = 4\pi\, rad/s$$

گام سوم معادله را به دست می‌آوریم:
$$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = 0/1\cos 4\pi t$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x = 2\cos(5\pi t)$ است. مسافت طی‌شده توسط این نوسانگر در مدت زمان $2s$ چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول حالت کلی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده، به‌صورت $x = A\cos(\omega t)$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:
$$x = 2\cos(5\pi t) \Rightarrow A = 2\,m \;,\; \omega = 5\pi\, rad/s \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{5}\,s$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $n = \frac{t}{T}$، تعداد نوسان‌های کامل این نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:
$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[T=\frac{2}{5}s]{t=2s} n = \frac{2}{\frac{2}{5}} = 5$$

گام سوم مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر نوسان کامل برابر با $4A$ است؛ در نتیجه مسافت طی‌شده پس از ۵ نوسان کامل برابر است با:
$$\text{مسافت طی‌شده در } 2s: L = 5(4A) = 20A \xrightarrow{A=2m} L = 20 \times 2 = 40\,m$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/8\cos 10\pi t$ است. تا لحظهٔ $t = \frac{1}{40}s$، اندازهٔ جابه‌جایی نوسانگر چند سانتی‌متر است؟ ($\sqrt{2} \simeq 1/4$)

۱) ۲۴ ۲) ۳۴ ۳) ۵۶ ۴) ۶۶

پاسخ: گزینهٔ «۱»

گام اول در لحظهٔ $t_1 = 0$ نوسانگر در مکان $x = +A = 0/8m$ قرار دارد. در لحظهٔ $t = \frac{1}{40}s$ مکان جسم را به دست می‌آوریم.

$$t = \frac{1}{40}s \Rightarrow x = 0/8\cos 10\pi \times \frac{1}{40} = 0/8\cos\frac{\pi}{4} = 0/8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0/56cm$$

گام دوم جابه‌جایی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1| = 0/8 - 0/56$$
$$|\Delta x| = 0/24m = 24cm$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/4\cos 2\pi t$ می‌باشد. تندی متوسط نوسانگر از لحظهٔ شروع حرکت $(x = +A)$ تا لحظهٔ $t = \frac{2}{3}s$ چند m/s است؟

۱) ۰/۹ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ۰/۴ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ «۴»

گام اول مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t = \frac{2}{3}s$، به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{2}{3}s \Rightarrow x = 0/4\cos 2\pi \times \frac{2}{3} = 0/4\cos\frac{4\pi}{3} = 0/4 \times (-\frac{1}{2}) \Rightarrow x = -0/2m$$

گام دوم مســافت طی‌شــده تا لحظهٔ $t = \frac{2}{3}s$ را به دســت می‌آوریم. دقت کنید که ابتدا باید دوره را محاسبه کنیم و سپس با مقایسهٔ زمان با دوره یا محاسبهٔ تعداد نوسانات، مسیر حرکت را مشخص کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1s$$

• **روش اول** مقایسه t با T (دوره):

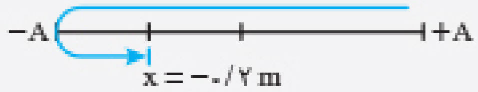
$$(\frac{T}{2} = 0/5s, t = \frac{2}{3}s) \Rightarrow \frac{T}{2} < t < T$$

• **روش دوم** مقایسه تعداد نوسان (n):

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow 1 = \frac{\frac{2}{3}}{n} \Rightarrow \text{نوسان } \frac{2}{3} < n < \text{نوسان } 1$$

با توجه به این‌که $t > \frac{T}{2}$ یا $n > \frac{1}{2}$ می‌باشد؛ بنابراین نوسانگر یک بار تغییر جهت داده و برای دومین بار به نقطهٔ $x = -0/2m$ می‌رسد و مسیر حرکت مطابق شکل مقابل است.

مسافت طی‌شده: $\ell = 0/4 + 0/4 + 0/2 = 1m$



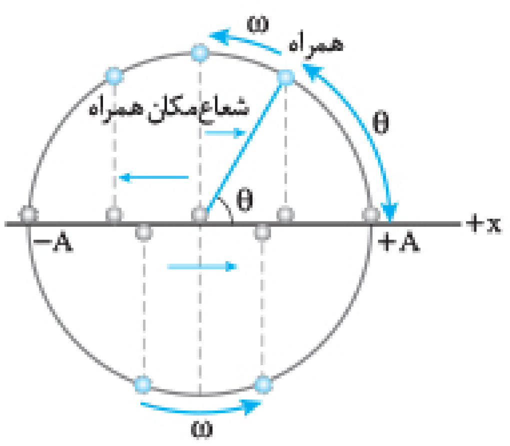
گام سوم تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}m/s \Rightarrow s_{av} = 1/5\ m/s$$

مفهوم شناسه در حرکت هماهنگ ساده

برای درک بهتر مفهوم شناســه از دایرهٔ مرجع اســتفاده می‌کنیم. (دایرهٔ مرجع دایره‌ای به شعاع دامنهٔ $(r = A)$ است.) همان‌طوری که در شکل مشاهده می‌کنید، هنگامی که نوسانگر روی محور x با دورهٔ T نوسان می‌کند، فرض می‌کنیم در هر لحظه نوسانگر، **همراهی** دارد که روی دایرهٔ مرجع با **همان دورهٔ T** نوسانگر، حرکت می‌کند. اگر در هر لحظه از مکان نوسانگر، روی محور x خط عمودی بر آن رسم کنیم، مکان همراه روی دایرهٔ مرجع مشخص می‌شود.

زاویهٔ بین شــعاع مکان همراه با جهت مثبت محور x $(+\vec{x})$ را **شناسه** می‌نامیم. با درک مفهوم شناسه می‌توانیم بعضی سؤالات را سریع‌تر و ساده‌تر حل کنیم.



نکته: با توجه به تعریف دورهٔ نوسانگر، می‌توان رابطهٔ بین شناسه و زمان نوسانگر را به‌صورت زیر نوشت:

$$\boxed{\theta = \omega t = \frac{2\pi}{T}t}$$

تست: معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = A\cos 50\pi t$ است. کمترین بازهٔ زمانی که نوسانگر از مکان $x_1 = +\frac{A}{2}$ به مکان $x_2 = -\frac{A}{2}$ می‌رود چند ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{300}$ ۲) $\frac{1}{150}$ ۳) $\frac{1}{200}$ ۴) $\frac{1}{100}$

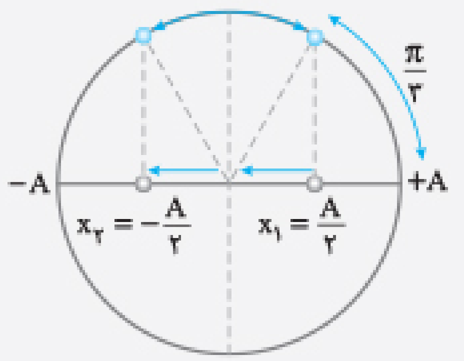
پاسخ: گزینهٔ «۲»

کمترین بازهٔ زمانی که نوســانگر از مکان $x_1 = +\frac{A}{2}$ به مکان $x_2 = -\frac{A}{2}$ می‌رود زمانی اســت که نوسانگر تغییر جهت ندهد و مستقیم از مکان x_1 به مکان x_2 برود.

گام اول شناسه‌ها را در مکان‌های موردنظر مشخص می‌کنیم:

$$① \; x_1 = +\frac{A}{۲} \Rightarrow \cos ۵۰\pi t_1 = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta_1 = ۵۰\pi t_1 = \frac{\pi}{۳}$$

$$② \; x_۲ = -\frac{A}{۲} \Rightarrow \cos ۵۰\pi t_۲ = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta_۲ = ۵۰\pi t_۲ = \frac{۲\pi}{۳}$$



گام دوم از اختلاف دو شناسه مدت‌زمان موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow[\Delta\theta = \omega\Delta t]{② - ①} \Delta\theta = ۵۰\pi(t_۲ - t_1) = \frac{۲\pi}{۳} - \frac{\pi}{۳} \Rightarrow ۵۰\pi\Delta t = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۱۵۰} s$$

بسامد نوسانگری در یک حرکت هماهنگ ساده ۵ Hz می باشد. در یک لحظه نوسانگر در مکان $x = +\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ قرار دارد و حرکت آن تندشونده است؛ حداقل زمان لازم برای این‌که نوسانگر به بیشترین فاصله تا مرکز نوسان برسد چند ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ «۱»

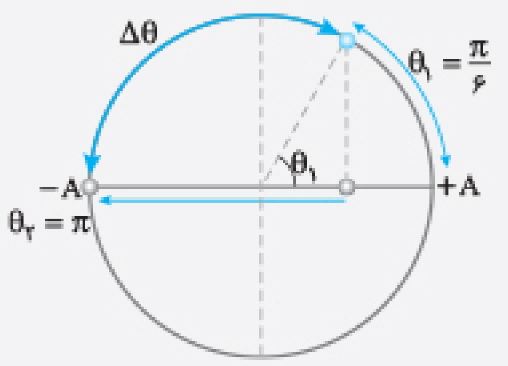
گام اول ابتدا ω را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = ۲\pi f = ۱۰\pi \, rad/s$$

سپس شناسهٔ مکان $x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ را مشخص می‌کنیم. مکان نوسانگر مثبت و حرکت آن تندشونده است؛ پس نوسانگر در حال حرکت از مکان $+A$ به سمت مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) است.

$$x = A\cos\theta_1 \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}A = A\cos\theta_1$$

$$\cos\theta_1 \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{۶} rad$$

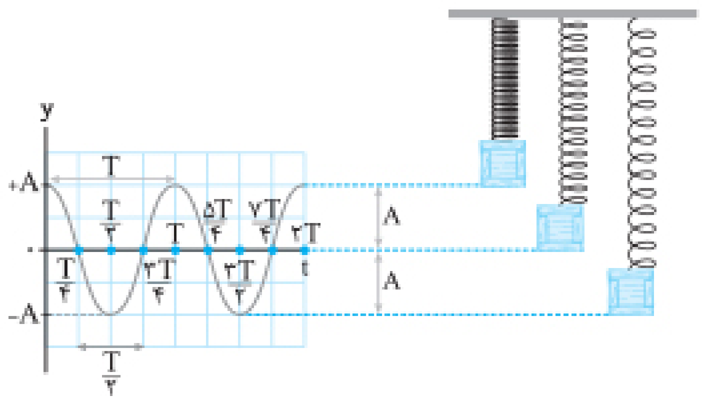


گام دوم حداقل زمان رسیدن آن به بیشترین فاصله تا مرکز نوسان، هنگامی است که نوسانگر تغییر جهت نداشته باشد و به نقطهٔ $x_۲ = -A$ (یعنی، شناسه $\theta_۲ = \pi(rad)$) برسد.

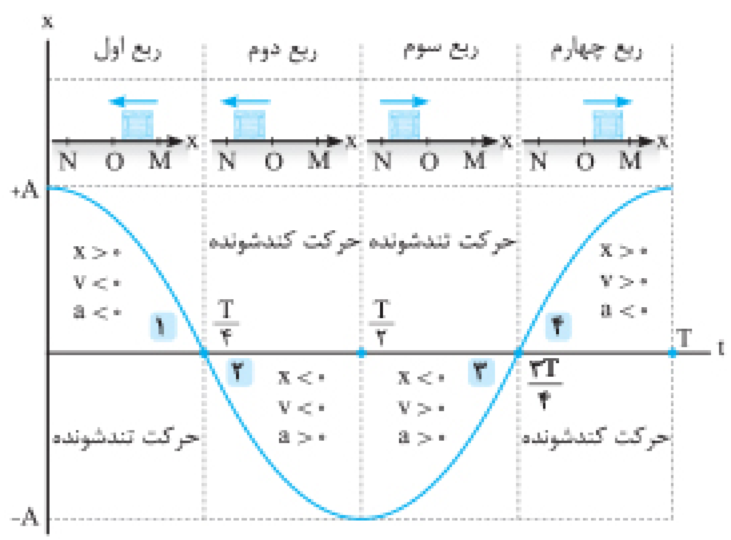
$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow (\pi - \frac{\pi}{۶}) = ۱۰\pi \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۵\pi}{۶ \times ۱۰\pi} = \frac{۱}{۱۲} s$$

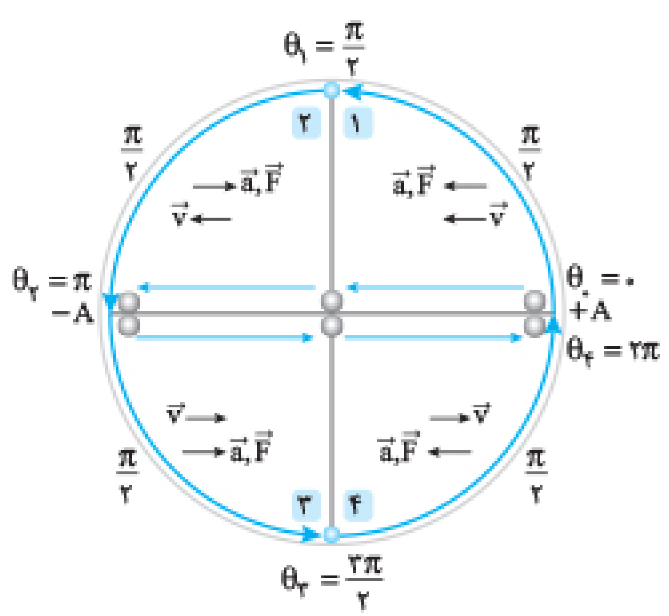
نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $y = A\cos(\omega t)$ می‌باشد. با توجه به این‌که تابع آن یک تابع کسینوسی است، می‌توانیم نمودار آن را مطابق شکل رسم کنیم.



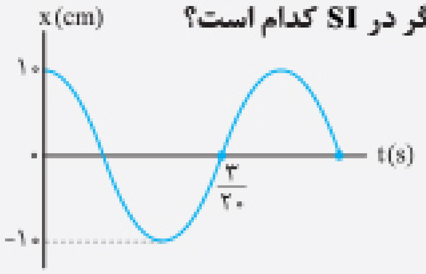
بررسی نمودار $x - t$ با دایرهٔ مرجع





نکته: در هر $\frac{T}{۴}$ ثانیه، تغییر کمان همراه به اندازهٔ $\frac{\pi}{۲}$ رادیان و تغییر شناسه نوسانگر نیز $\frac{\pi}{۲}$ رادیان می‌باشد.

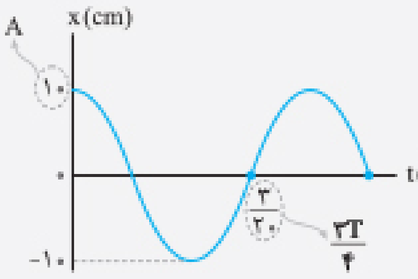
تست: **نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل مقابل است. معادلهٔ مکان ـ زمان این نوسانگر در SI کدام است؟**



۱) $0/1\cos(20\pi t)$
۲) $10\cos(20\pi t)$
۳) $0/1\cos(10\pi t)$
۴) $10\cos(10\pi t)$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول با توجه به نمودار داریم:

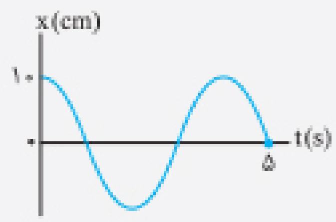


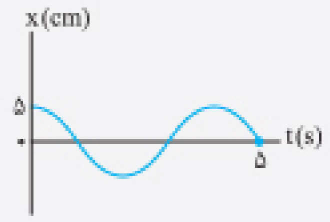
$$\Rightarrow \begin{cases}\frac{3T}{4}=\frac{3}{20}s \Rightarrow T=\frac{1}{5}s \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \omega=\frac{2\pi}{\frac{1}{5}}=10\pi\, rad/s \\ A=10\,cm=0/1\,m\end{cases}$$

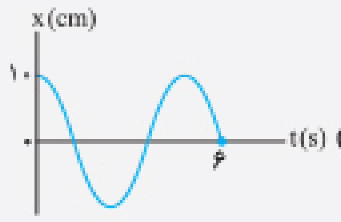
گام دوم با استفاده از معادلهٔ $x=A\cos(\omega t)$، معادلهٔ مکان ـ زمان را به دست می‌آوریم:

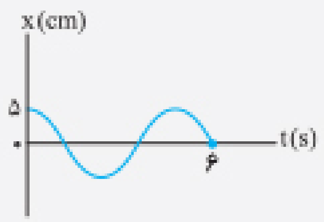
$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[\omega=10\pi\, rad/s]{A=0/1m} x=0/1\cos(10\pi t)$$

نوســـانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر در هر دقیقه ۳۰ بار این پاره‌خط را طی می‌کند. نمودار مکان ــ زمان این نوسانگر کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ «۲»

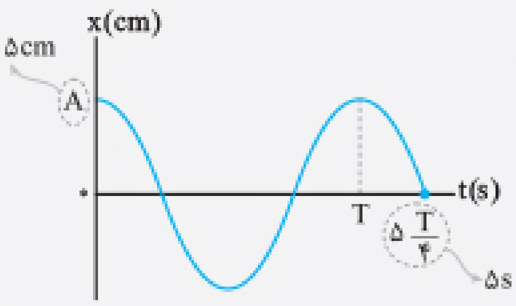
گام اول نوســـانگر در هر تناوب کامل دو بار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند، در نتیجه پس از ۳۰ بار طی کردن پاره‌خط نوسان، ۱۵ نوسان کامل انجام می‌دهد $(n=15)$. با استفاده از رابطهٔ $T=\frac{t}{n}$، می‌توان نوشت:

$$T=\frac{t}{n}\xrightarrow[n=15]{t=60s}T=\frac{60}{15}=4\,s$$

گام دوم طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنهٔ نوسان است، در نتیجه داریم:

$$2A=10\,cm\Rightarrow A=5\,cm$$

گام سوم معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ســـاده به‌صورت $x=A\cos(\omega t)$ اســـت. حال با داشتن اطلاعات لازم می‌توانیم این نمودار را رســـم کنیم. در شکل مقابل $A=5\,cm$ و لحظهٔ مشخص شده برابر با $t=5\frac{T}{4}$ است:

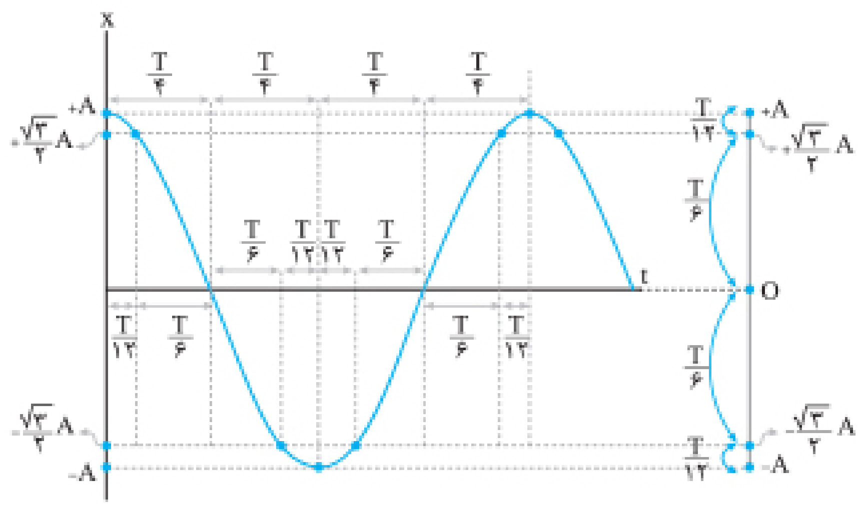


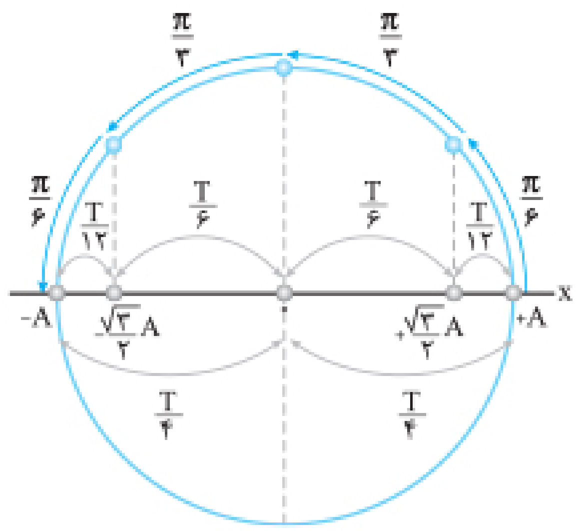
$$t=\frac{5T}{4}=5\times\frac{4}{4}=5\,s$$

مدت زمان جابه‌جایی نوسانگر بین نقاط خاص (الگوهای زمانی)

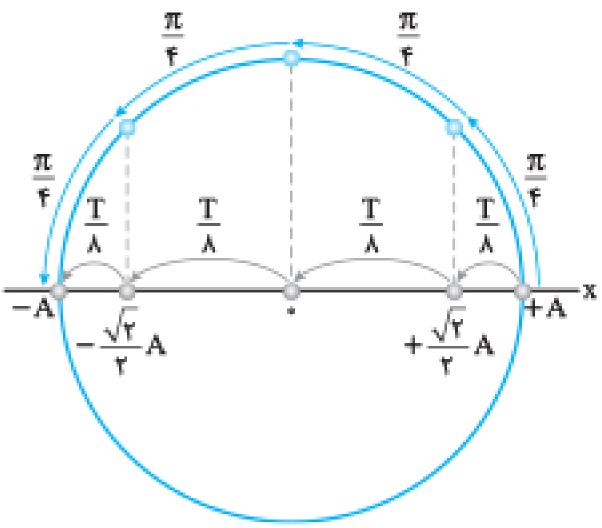
از آن‌جایی که حرکت هماهنگ ساده یک حرکت با شتاب متغیر است و معادلهٔ مکان‌ـ زمان آن نیز به‌صورت کسینوسی است، برای فرار از حل معادلات مثلثاتی و پاسخ‌گویی ســـریع‌تر به برخی از ســـؤال‌های نوســـان زمانی، از الگوهای زمانی زیر برای تعیین مدت‌زمان جابه‌جایی بین نقاط خاص استفاده می‌کنیم (T دورهٔ تناوب نوسانگر است):

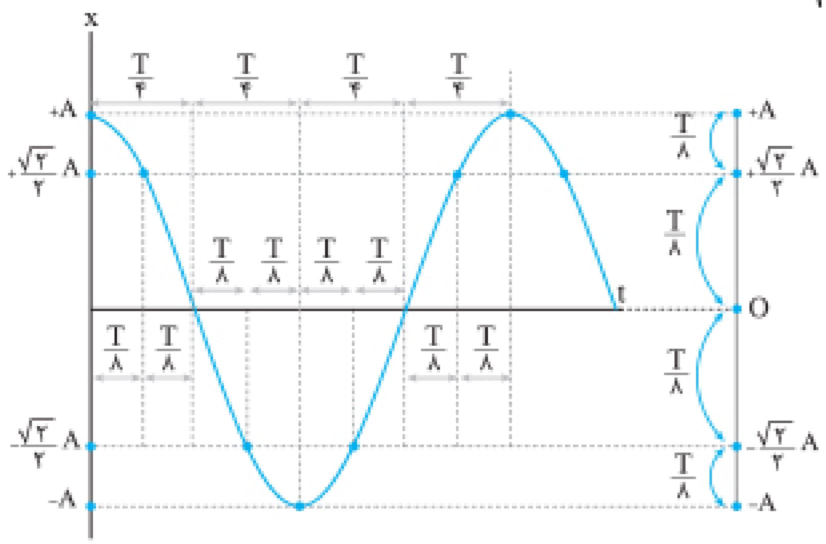
۱ $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$



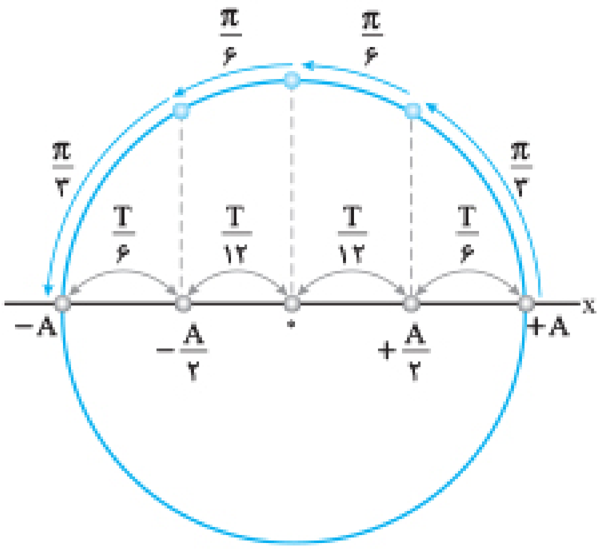


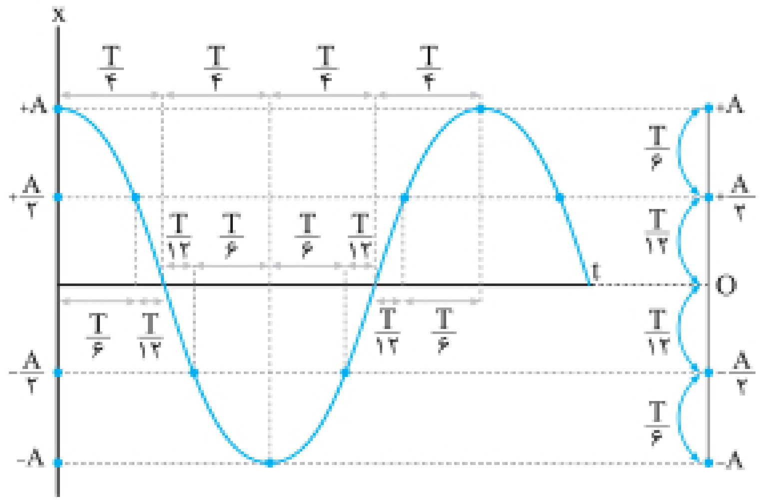
۲ جابه‌جایی در بازه‌های زمانی یکسان $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$



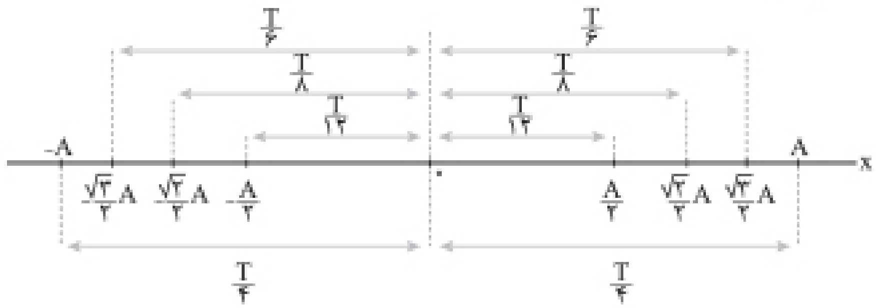


۳ جابه‌جایی در بازه‌های مکانی یکسان $x=\pm\frac{1}{2}A$



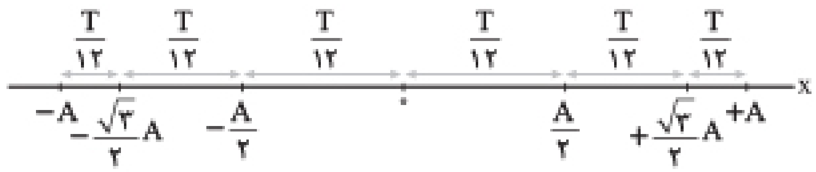


تذکر: برای راحت‌تر شدن کار شما برای حفظ کردن این الگوها، هر ۴ نقطهٔ خاص را با هم در شکل زیر آورده‌ایم، همچنین جمع‌های زیر نیز در پاسخ‌گویی سؤال‌ها پرکاربرد هستند، یک نگاهی هم به این جمع‌ها داشته باشید:

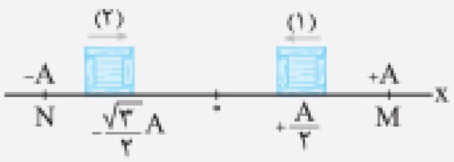


$$\frac{T}{6}+\frac{T}{12}=\frac{T}{8}+\frac{T}{8}=\frac{T}{4}$$

شکل زیر هم می‌تواند مفید باشد:



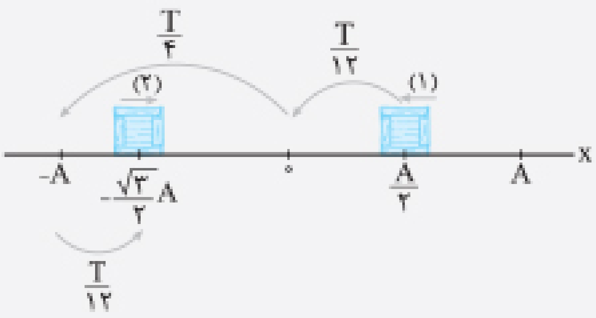
تست: **در شکل روبه‌رو نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دورهٔ تناوب $\frac{2}{5}s$ روی پاره‌خط MN نوسان می‌کند. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برسد؟**



۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{1}{6}$

پاسخ: گزینهٔ «۴»

بازه‌های زمانی حرکت نوسانگر از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) مطابق شکل است: در نتیجه می‌توان نوشت:



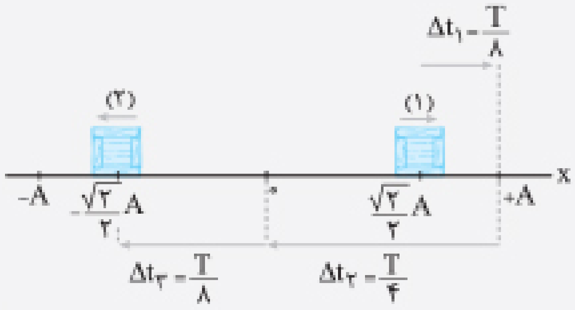
$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{4}+\frac{T}{12}=\frac{5T}{12}\xrightarrow{T=\frac{2}{5}s}\Delta t=\frac{5\times(\frac{2}{5})}{12}=\frac{1}{6}s$$

توسانگری حرکت توسانی هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ T دارد. در یک لحظه مکان ذره $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ و سرعت آن مثبت است. کمترین زمان لازم برای آن‌که مکان ذره $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ و سرعت آن منفی شود، کدام است؟ (T دورهٔ تناوب نوسانگر است.)

۱) $\frac{T}{۴}$ ۲) $\frac{۳T}{۸}$ ۳) $\frac{T}{۲}$ ۴) $\frac{۵T}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ «۳»

موقعیت نوسانگر روی پاره‌خط نوسان در دو لحظهٔ گفته‌شده، مطابق شکل است. کمترین زمان لازم برای رسیدن از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برابر است با:



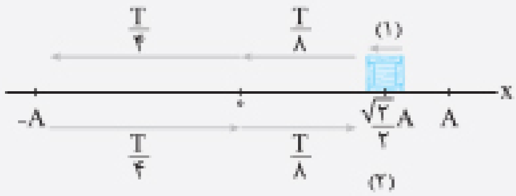
$$\Delta t=\Delta t_۱+\Delta t_۲+\Delta t_۳ \Rightarrow \Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{T}{۲}$$

---

x و A به‌ترتیب مکان و دامنهٔ یک نوسانگر هماهنگ ساده هستند. در لحظهٔ $t_۱$، $x_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ است و جهت حرکت نوسانگر در این لحظه به سمت مرکز نوسان است. اگر پس از $۰/۶s$، نوسانگر برای اولین بار دوباره به همین مکان برسد، بسامد این نوسانگر چند هرتز است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ «۳»

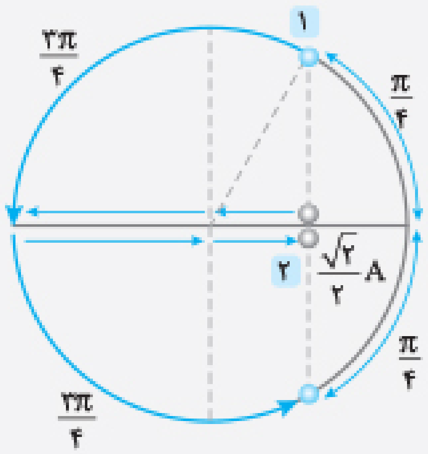


• **روش اول** با استفاده از الگوهای داده شده، مدت‌زمان لازم برای این‌که نوسانگر از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برسد برابر است با:

$$\Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{۳T}{۴}\xrightarrow{\Delta t=۰/۶s}\frac{۳T}{۴}=۰/۶\Rightarrow T=\frac{۴}{۵}s$$

حال بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵\,Hz$$



• **روش دوم** **گام اول** شناسه‌ها را مشخص می‌کنیم و سپس اختلاف دو شناسه را به دست می‌آوریم.

$$x_۱=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A\Rightarrow \theta_۱=\frac{\pi}{۴}rad$$

$$x_۲=+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A\Rightarrow \theta_۲=۲\pi-\frac{\pi}{۴}\quad \text{(ناحیهٔ ۴)}$$

$$\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱=۲\pi-\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۴}$$

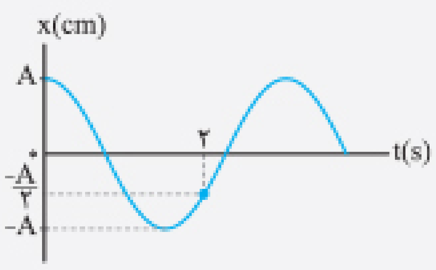
$$\Delta\theta=۲\pi-\frac{\pi}{۲}=\frac{۳\pi}{۲}rad$$

گام دوم با توجه به رابطهٔ تغییر شناسه، بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\theta=\omega\Delta t\Rightarrow \Delta\theta=(۲\pi f)\Delta t$$

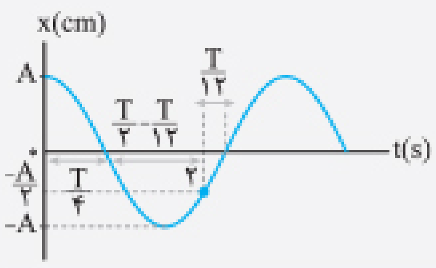
$$\frac{۳\pi}{۲}=(۲\pi f)\times ۰/۶\Rightarrow f=\frac{۵}{۴}Hz=۱/۲۵Hz$$

نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل است. دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟



۱) ۲/۴
۲) ۲/۸
۳) ۳
۴) ۳/۲

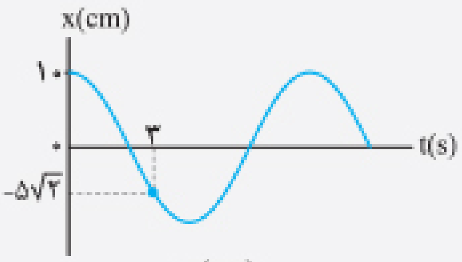
پاسخ: گزینهٔ «۳»



مطابق شکل و با استفاده از الگوهای داده‌شده، لحظهٔ مشخص‌شده روی نمودار $(t=۲s)$ برابر است با:

$$t=۲s=\frac{T}{۴}+(\frac{T}{۲}-\frac{T}{۱۲})\Rightarrow ۲=\frac{۸T}{۱۲}\Rightarrow T=۳s$$

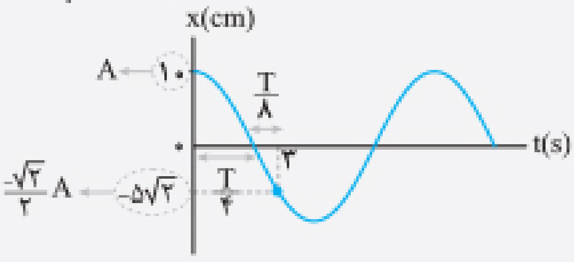
نمودار مکان ــ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱=\frac{۴}{۳}s$ تا $t_۲=۴s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۳۵}{۸}$ ۲) $\frac{۴۵}{۸}$

۳) $-\frac{۳۵}{۸}$ ۴) $-\frac{۴۵}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ «۴»



گام اول به کمک لحظهٔ مشخص‌شده روی نمودار $(t=۳\,s)$ دورهٔ تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$t=۳\,s=\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}\Rightarrow ۳=\frac{۳T}{۸}\Rightarrow T=۸\,s$$

گام دوم دامنه و بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$A=۱۰\,cm,\ \omega=\frac{۲\pi}{T}\xrightarrow{T=۸s}\omega=\frac{۲\pi}{۸}=\frac{\pi}{۴}\ rad/s$$

گام سوم معادلهٔ حرکت نوسانگر را از رابطهٔ $x=A\cos(\omega t)$ به دست می‌آوریم:

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[\omega=\frac{\pi}{۴}]{A=۱۰cm}x=۱۰\cos(\frac{\pi}{۴}t)$$

گام چهارم مکان نوسانگر را در لحظات $t_۱=\frac{۴}{۳}s$ و $t_۲=۴\,s$ محاسبه می‌کنیم:

$$t_۱=\frac{۴}{۳}s\Rightarrow x_۱=۱۰\cos(\frac{\pi}{۴}\times\frac{۴}{۳})=۱۰\cos(\frac{\pi}{۳})=۱۰\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow x_۱=۵\,cm$$

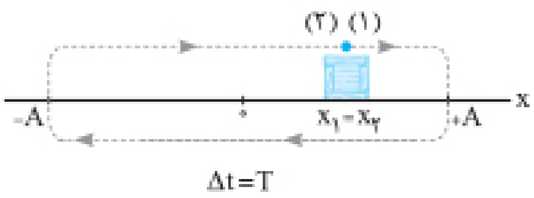
$$t_۲=۴s\Rightarrow x_۲=۱۰\cos(\frac{\pi}{۴}\times ۴)=۱۰\cos(\pi)=۱۰\times(-۱)\Rightarrow x_۲=-۱۰cm$$

گام پنجم حال می‌توانیم سرعت متوسط را محاسبه کنیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۱۰-۵}{۴-\frac{۴}{۳}}=-\frac{۴۵}{۸}\ cm/s$$

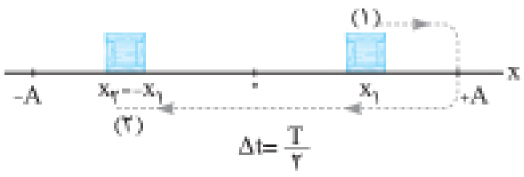
نکات خاص در حرکت هماهنگ ساده

نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دورهٔ تناوب T و دامنهٔ A را در نظر بگیرید که روی محور x حول مبدأ مکان در حال نوسان است:



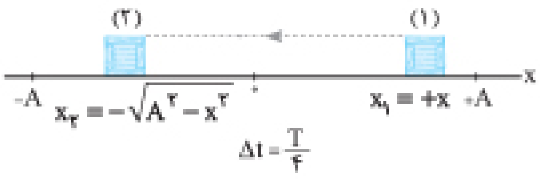
۱ اگر نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در مکان $x_۱$ و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان $x_۲=x_۱$ باشد و جهت سرعت در این دو مکان هم‌جهت باشد، در این صورت، نوسانگر یک نوسان کامل را انجام داده و داریم:

$$\Delta t=t_۲-t_۱=T\Rightarrow \text{مسافت طی‌شده}: L=۴A$$



۲ اگر نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در مکان $x_۱$ و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان $x_۲=-x_۱$ باشد و اندازهٔ سرعت‌ها در این دو مکان یکسان و جهت آن‌ها خلاف یکدیگر باشد $(\vec{v}_۲=-\vec{v}_۱)$، در این حالت داریم:

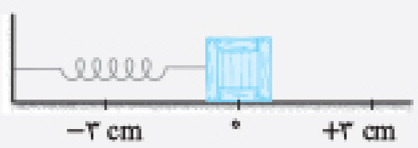
$$\Delta t=t_۲-t_۱=\frac{T}{۲}\Rightarrow \text{مسافت طی‌شده}: L=۲A$$



۳ اگر نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در مکان $x_۱=+x$ و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان $x_۲=-\sqrt{A^۲-x^۲}$ باشد و جهت سرعت در این دو مکان، هم‌جهت باشد، در این حالت داریم:

$$\Delta t=t_۲-t_۱=\frac{T}{۴}\ ,\ L=|x_۱|+|x_۲|$$

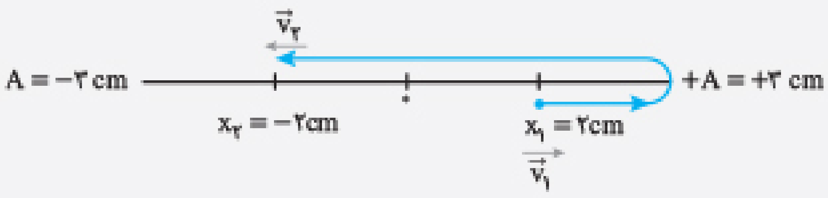
تست: مطابق شکل نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x_۱=۲cm$ در جهت مثبت محور x عبور کند و به مکان $x=-۲cm$ برسد برابر $۱/۵s$ باشد، تندی نوسانگر در مرکز نوسان چند cm/s می‌باشد؟ $(\pi\simeq ۳)$



۱) ۳ ۲) ۶

۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ «۲»



گام اول حداقل زمان وقتی است که نوسانگر برای اولین بار به مکان $x_۲=-۲cm$ برسد؛ بنابراین با توجه به نکتهٔ ۲ داریم:

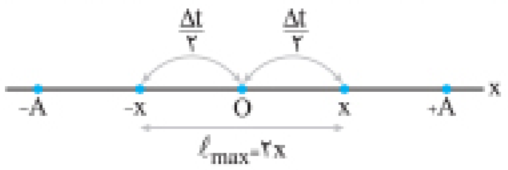
$$\Delta t=\frac{T}{۲}=۱/۵\,s\Rightarrow T=۳s\quad,\quad \omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۳}rad/s$$

گام دوم با توجه به شکل، $A=۳\,cm$ می‌باشد و در مرکز نوسان تندی نوسانگر بیشینه است؛ بنابراین داریم:

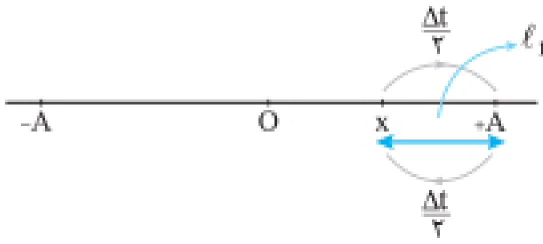
$$v_{max}=A\omega=۳\times\frac{۲\pi}{۳}=۲\pi\,cm/s\xrightarrow{\pi\simeq ۳}v_{max}=۶\,cm/s$$

بیشینه و کمینهٔ مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین

۱ نوســانگر هرچه‌قدر به مرکز نوسان (نقطهٔ O) نزدیک‌تر باشد، تندی بزرگ‌تری دارد: بنابراین بیشینهٔ تندی متوسط و بیشینهٔ مسافت طی‌شده توسط نوســانگر در یک بازهٔ زمانی معین وقتی رخ می‌دهد که نوســانگر در فواصل مساوی و قرینه نسبت به مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) حرکت می‌کند: یعنی مطابق شکل، بازهٔ زمانی داده‌شده (Δt) را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و با استفاده از الگوهای زمانی در دو طرف مرکز نوسان، مکان دو سر بازه را محاسبه می‌کنیم.



۲ نوسانگر هرچه‌قدر به انتهای پاره‌خط نوسان نزدیک‌تر باشد، تندی کمتری دارد: بنابراین کمینهٔ تندی و کمینهٔ مسافت طی‌شــده توسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین، وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر در فواصل مساوی و قرینه نسبت به یکی از دو انتهای پاره‌خط نوسان حرکت می‌کند: یعنی مطابق شکل بازهٔ زمانی داده‌شده (Δt) را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و فاصلهٔ نوسانگر تا انتهای پاره‌خط نوسان را محاسبه می‌کنیم.



تذکر: در حالت ۱، بزرگی جابه‌جایی بیشینه و در حالت ۲، جابه‌جایی صفر است.

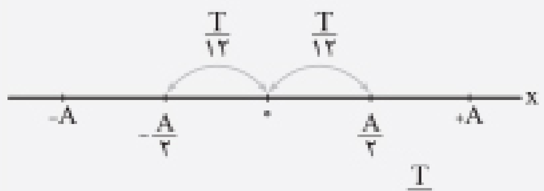
تست: نوســانگر هماهنگ ساده‌ای را با دورهٔ تناوب T در نظر بگیرید. کمینهٔ مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{T}{6}$، چند برابر بیشینهٔ مسافت طی‌شده توسط آن در همین مدت‌زمان است؟

۱) $2-\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{3}-1$ ۳) $2-\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}-1$

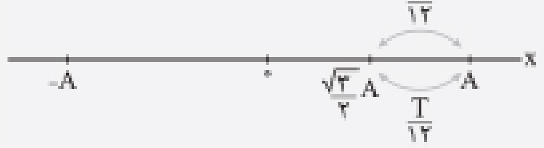
پاسخ: گزینهٔ «۱»

گام اول از نکتهٔ گفته‌شده و الگوهایی که می‌دانیم استفاده می‌کنیم:

$$\Delta t=\frac{T}{6}\Rightarrow\frac{\Delta t}{2}=\frac{T}{12}$$



$$\ell_{max}=2(\frac{A}{2})=A$$



$$\ell_{min}=2(A-\frac{\sqrt{3}}{2}A)=A(2-\sqrt{3})$$

گام دوم حالا نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\ell_{min}}{\ell_{max}}=\frac{A(2-\sqrt{3})}{A}=2-\sqrt{3}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده

۱۰۹۸. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x=3\cos(100\pi t)$ است. دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{25}$ ۲) $\frac{1}{50}$ ۳) $\frac{1}{75}$ ۴) $\frac{1}{100}$

۱۰۹۹. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $y=A\cos(40\pi t)$ است. در فاصلهٔ زمانی $t=0$ تا $t=\frac{3}{40}s$، جهت حرکت نوسانگر چند بار عوض می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ (ریاضی۸۹ با تغییر)

۱۱۰۰. نوسانگر وزنه ـ فنری را ۱۰ cm از حالت تعادلش خارج کرده و آن را رها می‌کنیم. اگر این نوسانگر در هر دقیقه، ۱۰ نوسان کامل انجام دهد، جابه‌جایی این نوسانگر از لحظهٔ $t=2s$ تا $t=8s$ چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) صفر

۱۱۰۱. معادلهٔ حرکت هماهنگ ســاده‌ای در SI، به‌صورت $x=0/04\cos(100\pi t)$ اســت. در چه لحظه‌ای برحســب ثانیه برای اولین بار، نوسانگر در مکان $x=-2cm$ قرار دارد؟

۱) $\frac{1}{75}$ ۲) $\frac{1}{120}$ ۳) $\frac{1}{150}$ ۴) $\frac{1}{200}$

۱۱۰۲. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x=0/04\cos(100\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای این نوسانگر برای اولین‌بار و به‌صورت تندشونده از فاصلهٔ $2\sqrt{3}$ سانتی‌متری مرکز نوسان می‌گذرد؟

۱) $\frac{7}{300}$ ۲) $\frac{7}{600}$ ۳) $\frac{1}{300}$ ۴) $\frac{1}{600}$

۱۱۰۳. معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x = ۲\cos(۵\pi t)$ است. حداکثر چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x_1 = -\sqrt{۳}m$ برای اولین بار به مکان $x_2 = \sqrt{۲}m$ برسد؟

۱) $\frac{۱۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۱۳}{۳۰}$ ۳) $\frac{۱۱}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱۳}{۶۰}$

۱۱۰۴. دامنهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای A و دورهٔ آن T است. حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x_1 = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ که حرکتش تندشونده است به مکان $x_2 = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ که حرکتش کندشونده است برسد، کدام است؟

۱) $\frac{۷T}{۱۲}$ ۲) $\frac{۷T}{۲۴}$ ۳) $\frac{۵T}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵T}{۲۴}$

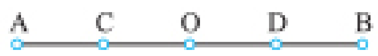
۱۱۰۵. نوسانگری روی پاره‌خط MN حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر $OC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}OM$ باشد، نسبت بیشترین زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین بار از نقطهٔ C به M برسد، به کمترین زمان طی کردن این مسیر چه‌قدر است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۵
۴) ۱۱

۱۱۰۶. x و A به‌ترتیب مکان و دامنهٔ نوسانگر ساده‌ای هستند. در لحظهٔ t_1، $x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌باشد و جهت حرکت نوسانگر در آن لحظه به سمت مرکز نوسان است. اگر یک ثانیه بعد، نوسانگر دوباره به همان مکان برسد، دورهٔ تناوب این نوسانگر چند ثانیه است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۶

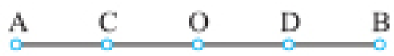
۱۱۰۷. در شکل مقابل، جسمی روی پاره‌خط AB حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر $\frac{۱}{۳۰}s$ طول بکشد تا نوسانگر از نقطهٔ D که حرکت آن کندشونده است، به نقطهٔ C که حرکت آن تندشونده است برسد، بسامد این حرکت چند هرتز است؟



AC = CO = OD = DB

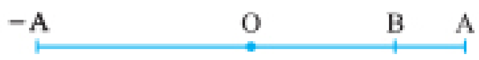
۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۱۱۰۸. متحرکی روی پاره‌خط AB حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر AC = CO = OD = DB باشد و متحرک، فاصلهٔ CD را در t_1 ثانیه و فاصلهٔ DB را در t_2 ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ چه‌قدر است؟ (ریاضی خارج ۹۶)



۱) ۱ ۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۱۰۹. در شکل زیر، یک نوسانگر هماهنگ ساده، در مدت ۲s از A به B رفته در مدت‌زمان مشابه و بدون تغییر جهت از B به O می‌رود. کمترین زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از −A به B برسد چند ثانیه است؟(نقطهٔ O مرکز نوسان است.)



۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

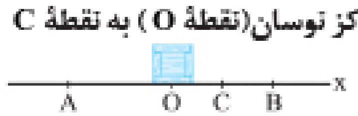
۱۱۱۰. نوسانگری حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر دو جابه‌جایی مساوی و متوالی را بدون تغییر جهت انجام می‌دهد که مجموع آن‌ها برابر دامنهٔ نوسان است. اگر هر یک از این جابه‌جایی‌ها در مدت ۱s انجام شود، دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۱۱۱. نوسانگر هماهنگ ساده‌ای از لحظهٔ $t_0 = ۰$ شروع به نوسان می‌کند. اگر بزرگی جابه‌جایی نوسانگر در ثانیه‌های متوالی برای اولین بار در ثانیه‌های سوم و چهارم یکسان شود، بیشینهٔ دورهٔ تناوب ممکن برای این نوسانگر چند ثانیه است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۶

۱۱۱۲. در شکل زیر، جسمی روی پاره‌خط AB حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. Δt_1 ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از مرکز نوسان(نقطهٔ O) به نقطهٔ C و Δt_2 ثانیه طول می‌کشد تا از نقطهٔ C به نقطهٔ B برسد. اگر $\Delta t_1 = ۲\Delta t_2$ باشد، نسبت $\frac{OC}{CB}$ برابر با کدام گزینه است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۳} + ۳$ ۳) $۳(\sqrt{۳} + ۱)$ ۴) ۲

۱۱۱۳. نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۸cm حول مبدأ مختصات حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر مدت زمان دو عبور متوالی از نقطهٔ −۲cm برابر ۰/۵s باشد، دورهٔ حرکت چند ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۱/۵ یا ۰/۷۵ ۴) ۱/۵ یا ۰/۶

۱۱۱۴. معادلهٔ حرکت نوسانگری در SI به‌صورت $x = ۰/۰۴\cos ۴\pi t$ است. مسافتی که نوسانگر در بازهٔ $t_1 = ۰/۱s$ تا $t_2 = ۱/۳۵s$ طی می‌کند، چند متر است؟ (ریاضی خارج تیر ۱۴۰۱)

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۱۱۱۵. نوسانگر جرم و فنری را از وضع تعادل خارج کرده و در لحظهٔ $t = ۰$ رها می‌کنیم. اگر این نوسانگر در هر دقیقه ۱۰ نوسان کامل انجام دهد، نوع حرکت نوسانگر در لحظه‌های $t_1 = ۱s$ و $t_2 = ۵s$، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

۱) تندشونده ـ تندشونده ۲) تندشونده ـ کندشونده ۳) کندشونده ـ تندشونده ۴) کندشونده ـ کندشونده

۱۱۱۶. معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۰/۰۲\cos ۴\pi t$ است. در بازهٔ زمانی $t_1 = \frac{۱}{۱۲}s$ تا $t_2 = \frac{۷}{۶}s$، حرکت نوسانگر، چند ثانیه تندشونده است؟ (تجربی تیر ۱۴۰۱)

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۷}{۶}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱۳}{۲۴}$

۱۱۱۷. معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به‌صورت $x = ۲\cos(\frac{\pi}{۴}t)$ است. در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه از حرکت این نوسانگر به‌صورت تندشونده است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۵/۵ ۴) ۶

۱۱۱۸. نوسانگری که در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان بیشینهٔ خود قرار دارد، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در لحظهٔ $t = ۲/۲۵s$ برای دومین بار از مرکز نوسان عبور کند، در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰s، چند ثانیه حرکت نوسانگر کندشونده است؟

۱) ۳/۷۵ ۲) ۴/۷۵ ۳) ۵/۵ ۴) ۵/۷۵

۱۱۱۹. معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = ۰/۰۳\cos ۵۰\pi t$ است. در کدام بازهٔ زمانی مشخص‌شده برحسب ثانیه، بردارهای سرعت و شتاب نوسانگر، هر دو در جهت محور x است؟ (ریاضی دی ۱۴۰۱)

۱) $۰ < t < ۰/۰۱$ ۲) $۰/۰۱ < t < ۰/۰۲$
۳) $۰/۰۲ < t < ۰/۰۳$ ۴) $۰/۰۳ < t < ۰/۰۴$

۱۱۲۰. معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = a\cos(۱۰۰\pi t)$ است. در بازهٔ زمانی صفر تا ۰/۱s چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک در خلاف جهت هم بوده‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۲۰۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۰۰}$ ۳) $\frac{۱}{۳۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۵۰}$

۱۱۲۱. در حرکت هماهنگ سامانهٔ جرم ـ فنر، معادلهٔ حرکت در SI به‌صورت $x = ۰/۰۴\cos\frac{\pi}{۲}t$ است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰/۵s$ تا $t_2 = ۵s$، چند ثانیه، بردار شتاب و سرعت هم‌زمان در جهت محور x هستند؟ (تجربی خارج تیر ۱۴۰۱)

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

۱۱۲۲. دوره و دامنهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به‌ترتیب ۳ s و ۲۰ cm است. چند ثانیه پس از شروع حرکت، نوسانگر مسافتی به اندازهٔ ۱۱۰cm را طی می‌کند؟

۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۱۱۲۳. معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۴\cos(۴۰\pi t)$ می‌باشد. از لحظهٔ شروع حرکت مسافت طی‌شده پس از چند ثانیه، برابر با ۱۲۰ m می‌شود؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۳۷۵ ۴) ۰/۲۵

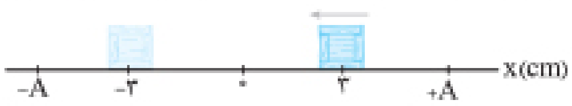
۱۱۲۴. در شکل مقابل، اصطکاک سطح افقی ناچیز است. وزنه را ۳cm از حالت تعادل در جهت محور x کشیده و رها می‌کنیم تا حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. در نیم ثانیهٔ اول، مسافتی که نوسانگر می‌پیماید، چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن است؟ $(\pi = \sqrt{۱۰})$ (ریاضی تیر ۱۴۰۱)

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۱/۵

۱۱۲۵. در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر روی پاره‌خطی به‌طول ۴۰cm در هر دقیقه ۲۴۰ بار طول پاره‌خط نوسان را طی می‌کند. تندی متوسط نوسانگر در مدتی که از مرکز نوسان برای اولین‌بار به انتهای مسیر می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴/۸ ۲) ۴/۲ ۳) ۳/۶ ۴) ۱/۶

۱۱۲۶. مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت‌زمان یک ثانیه از مکان $x_1 = ۳\,cm$ برای دومین مرتبه به مکان $x_2 = -۳cm$ می‌رسد. دورهٔ این نوسانگر چند ثانیه است؟



۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) دامنهٔ نوسان باید معلوم باشد.

۱۱۲۷. جسمی متصل به فنر با بسامد ۵Hz روی پاره‌خطی به‌طول ۸cm در سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. نوسانگر در لحظهٔ t_1 از یک سانتی‌متری نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) عبور می‌کند و حرکتش در این لحظه کندشونده است. از لحظهٔ t_1 حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از یک سانتی‌متری طرف دیگر نقطهٔ تعادل عبور کند؟ (تجربی خارج ۹۹)

۱) $\frac{۱}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۱۱۲۸. نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۲ cm نوسان می‌کند و دورهٔ حرکتش ۴s است. اگر این نوسانگر را در لحظهٔ $t = ۰$ از نقطهٔ $x = A$ رها کنیم، سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ صفر تا $\frac{۲}{۳}s$، چند برابر سرعت متوسط آن در بازهٔ $\frac{۲}{۳}s$ تا ۱s است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$